

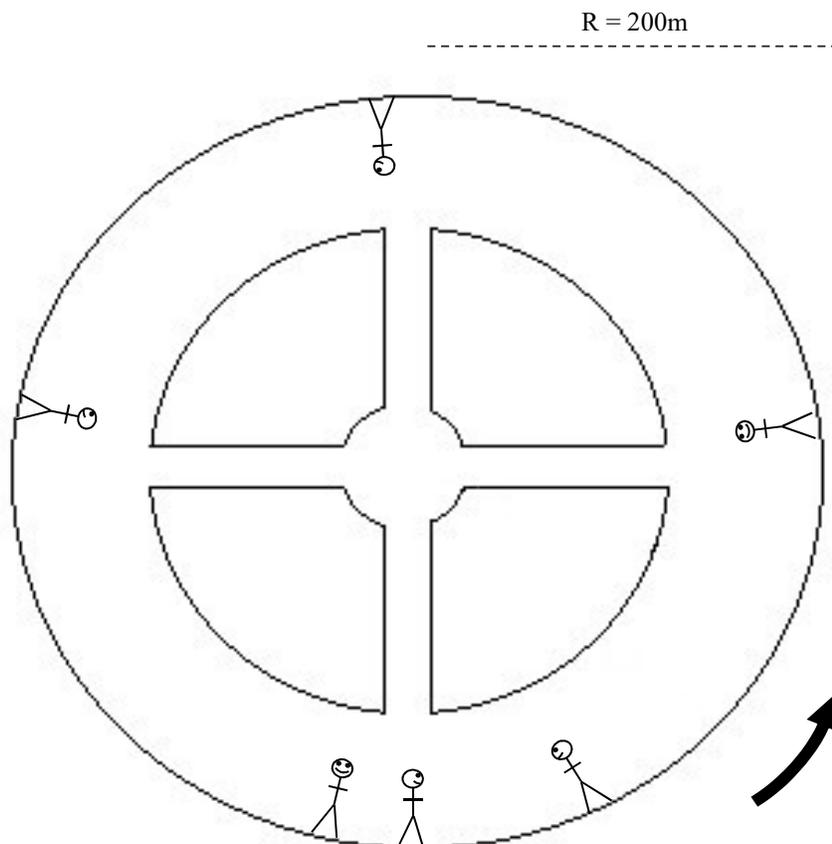
Devoir 3

Indiquez **CLAIREMENT vos démarches et réponses** car il y a attribution de points pour la présentation. Ce devoir contient 3 questions et peut être fait en équipe de 3 maximum. Il vaut 8 pts de la note finale. Date de remise : **Vendredi le 9 avril à 19h.**

Question 1

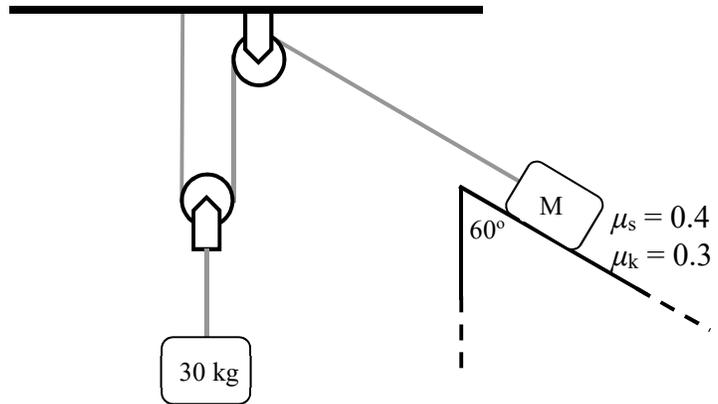
La figure ci-jointe représente une station spatiale flottant loin dans l'espace, avec ses habitants vivant sur la paroi interne. La masse de la station est de 400 Tonnes (métrique) et son rayon vaut 200 m. Partant du repos, cette station est animée d'un mouvement circulaire uniformément accéléré (MCUA) pour atteindre une vitesse angulaire constante.

- Que doit valoir cette vitesse angulaire constante (en RPM) pour que les habitants y ressentent une « force gravitationnelle » équivalente à 1 g ?
- Si cela a pris 9 heures pour que la station atteigne sa vitesse angulaire constante, alors que valait son accélération tangentielle en m/sec^2 ?



Question 2 Consultez la figure ci-jointe.

- a) Nous requerrons que ce système soit statique. Quelles sont alors les valeurs possibles pour la masse M ?
- b) Si $M = 100 \text{ kg}$ alors quelle sera l'accélération (et le sens) du bloc M et du bloc de 30 kg ? (Attention aux accélérations!)



Question 3

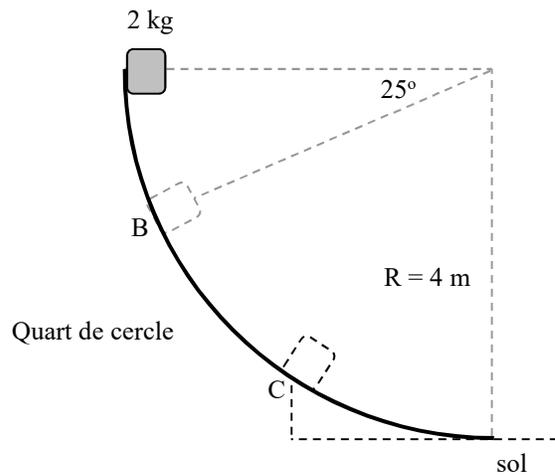
Un petit bloc de masse 2 kg est relâché de la position suivante. Dû à la nature du frottement, le frottement arrêtera le bloc (point C) avant qu'il n'arrive au sol. Supposons que le frottement est constant et vaut 13 N . Attention ! L'accélération le long de la trajectoire n'est pas un MRUA.

Après une chute de 25° (position B),

- a) Quelle sera la hauteur du bloc?
- b) Quelle sera la vitesse du bloc?
- c) Quelle sera la force normale que subit le bloc?
- d) Quelle sera son accélération tangentielle?

Le bloc continue son chemin...

- e) À quelle hauteur du sol s'arrêtera le bloc?

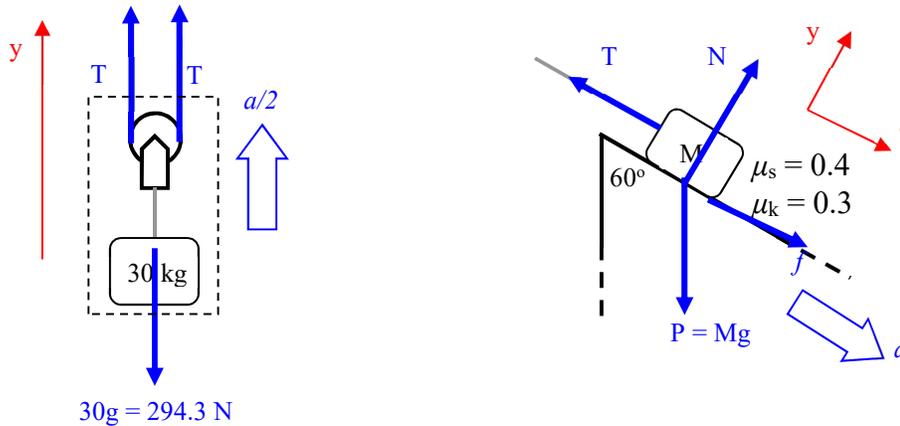


Solution de la question 1

- a) On veut que $a_c = g$. Donc $v^2/R = 9.81$. $v^2/200 = 9.81$, donc $v = 44.29$ m/s. De $v = R \omega$, $\omega = 0.2215$ rad/s. Multiplie par 60 et divise par 2π donne $\omega = 2.1$ RPM.
- b) $9h = 32400$ sec. L'accélération $a_t = \Delta v / \Delta t = 44.29/32400 = 0.00137$ m/s².

Solution de la question 2

Voici les DCL des deux systèmes. **Axes en rouge. Forces et accélérations en bleu.** Remarque : si M glisse sur une distance d alors le bloc de gauche bouge de $d/2$; Le mouvement du bloc de gauche sera la moitié de celui du bloc de droite, d'où le « $a/2$ » pour le bloc de gauche. $g = 9.81$ m/s².



a) Soit M inconnue mais sur le point de glisser. Alors le tout est statique ($a = 0$). On a alors :

Bloc gauche : $\Sigma F_y = ma_y:$ $2T - 294.3 = 30 \cdot (0/2)$

Bloc droite :

$$\begin{aligned} \Sigma F_x = ma_x: & \quad \pm f + Mg \cdot \cos(60) - T = M(0) \\ \Sigma F_y = ma_y: & \quad N - Mg \cdot \sin(60) = 0 \\ f = \mu N: & \quad f = f_{\text{Max}} = 0.4 \cdot N \end{aligned}$$

Le \pm signifie deux cas à vérifier, selon le sens du frottement (selon le sens potentiel de glissement).

Un solve en prenant le « + » donne : $T = 147.15$ N, $f = 60.22$ N, $M = 17.72$ kg, $N = 150.56$ N.

Un solve en prenant le « - » donne : $T = 147.15$ N, $f = 331.89$ N, $M = 97.66$ kg, $N = 829.71$ N.

En d'autres mots, Pourvue que $M = 17.72$ kg à 97.66 kg, tout demeurera statique.

b) De a), si $M = 100 \text{ kg}$, alors $M > 97.66$ et glissera donc vers le bas du plan; l'autre bloc montera (voir vecteurs accélérations sur la figure.)

En reprenant les équations en a), en remplaçant $M = 100 \text{ kg}$, $a = \text{inconnue}$, $f = 0.3 \cdot N$, et que le frottement sera dans le sens inverse de nos axes (frottement « vers le haut » car le bloc descend), on obtient

Bloc gauche :
$$2T - 294.3 = 30 \cdot (a/2) \quad [\text{pourquoi } a/2 ?]$$

Bloc droite :

$$x : -f + 100g \cdot \cos(60) - T = 100a$$

$$y : N - 100g \cdot \sin(60) = 0$$

$$f = 0.3 \cdot N$$

Un solve donne: $T = 153.32 \text{ N}$, $a = 0.823 \text{ m/s}^2$ (donc glisse bien vers le bas), $f = 254.9 \text{ N}$, $N = 849.6 \text{ N}$.

Solution de la question 3

a) Il tombe d'une hauteur de $4\sin(25)$ donc sa nouvelle hauteur est de $4 - 4\sin(25) = 2.3095 \text{ m}$.

b) La longueur de l'arc de cercle de 25° est $s = R\theta = 4 \cdot (25 \cdot \pi / 180) = 5\pi/9 \text{ m} = 1.745 \text{ m}$. Le travail fait par le frottement est alors $13 \cdot (5\pi/9) = 22.69 \text{ J}$.

De la conservation d'énergie :

$$mgh + K \pm W_{\text{ext}} = mgh + K \quad (\text{pas de ressorts ici}).$$

$$2g \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (0)^2 - 13 \cdot (5\pi/9) = 2g \cdot 2.3095 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot v^2$$

Un solve pour v donne $v = 3.23 \text{ m/s}$

c) Selon l'axe radiale (centripète), $\Sigma F_c = ma_c \rightarrow N - 19.62\sin(25) = 2 \cdot (v^2/R)$, où v a été trouvé en b), et $R = 4$. Isolant N on trouve que $N = 13.53 \text{ N}$.

d) Selon l'axe tangentiel, $\Sigma F_t = ma_t \rightarrow 19.62\cos(25) - 13 = 2 \cdot a_t$. Donc $a_t = 2.39 \text{ m/s}^2$

e) Soit le point initial = le sommet de départ. Soit θ l'angle d'arrêt (en rad). Donc la hauteur finale est $4 - 4\sin(\theta) = 4(1 - \sin(\theta))$. La longueur d'arc vaut $s = 4\theta$ et le travail effectué par le frottement est alors $13 \cdot (4\theta)$. Par la conservation d'énergie, $mgh + K \pm W_{\text{ext}} = mgh + K$, et les $K = 0$ car la vitesse initiale et finale sont zéro. Ceci nous donne :

$$2g \cdot 4 + 0 - 13 \cdot 4\theta = 2g \cdot 4(1 - \sin(\theta)). \quad \text{Un solve (calculatrice doit être en rad ici car on utilise } s = R\theta) \text{ pour } \theta \text{ entre } [0, \pi/2] \text{ donne } \theta = 1.506 \text{ rad} = 86.29^\circ. \text{ Donc la hauteur finale vaut } 4(1 - \sin(1.506)) = 0.00838 \text{ m} = 0.838 \text{ cm su sol}.$$

Autre façon plus rapide : toute l'énergie potentielle gravitationnelle a été perdue en frottement : Soit s la longueur de l'arc du déplacement.

$$Mg\Delta h = 13s \rightarrow 2 \cdot 9.81 \cdot 4\sin(\theta) = 13 \cdot (4\theta). \quad \text{Solve pour } \theta \text{ et on obtient la même réponse!}$$

