ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
1100, rue Notre-Dame Ouest, Montréal (Québec) H3C 1K3

Nom........ :____

Nom........ :____

Date .... :________________________Groupe.......... :________________

ING150
Laboratoire #2
Moment d'inertie de masse

B. Moment d'inertie de masse

1. Objectifs

1. Se familiariser avec la rotation et le concept de moment d'inertie de masse.

2. Compétences particulières

1. Compréhension de la cinématique élémentaire (position, vitesse, accélération).

3. Matériel nécessaire et disponible

1. Chronomètre.
2. Corde et poulie.
3. Poids (1 kg).
4. Module tournant, à faible frottement et cylindres.
5. Balance.
6. Vernier et ruban à mesurer.
7. Serres.
8. Perceuse et vis.
9. Planche de bois (2 par 4).

4. Introduction

Le moment d'inertie de masse J (ou I) est un concept fondamental, dès qu'un objet est en rotation. Il est une mesure de la « dispersion » de la masse d'un objet par rapport à un axe donné; plus la masse est distribuée loin d'un axe, plus le moment d'inertie de masse par rapport à cet axe est grand.

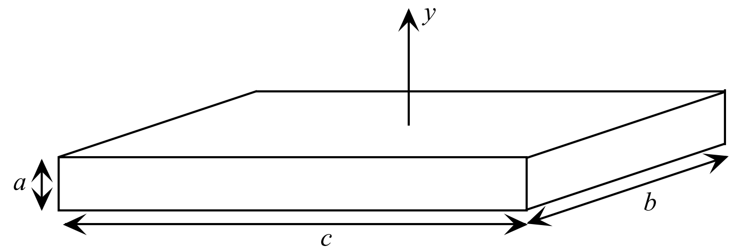
4.1 Complément de théorie

a) Calcul de I pour diverses formes

Le moment d'inertie de masse d'un objet se calcule normalement à l'aide d'une intégrale de volume. Pour beaucoup de formes simples, le moment d'inertie a déjà été calculé et est tabulé.

Par exemple :

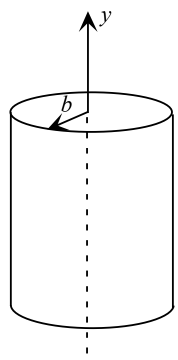
parallélépipède rectangle homogène :



Moment d'inertie par rapport à l'axe des y : $I_y = \frac{1}{12}m(b^2 + c^2)$ (1)

où m est la masse.

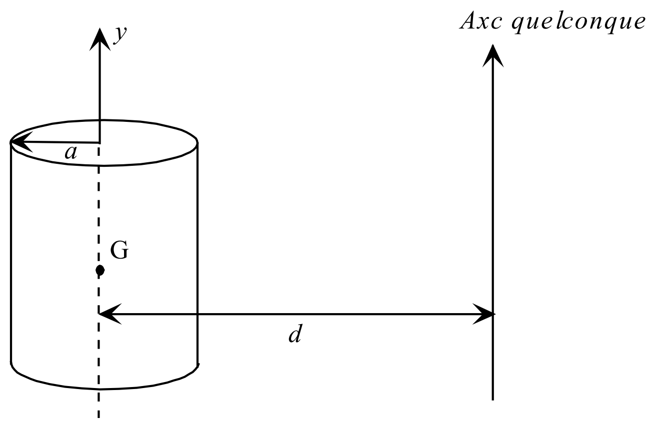
cylindre homogène:



Moment d'inertie par rapport à l'axe des y : $I_y = \frac{1}{2}mb^2$ (2)

b) Théorème des axes parallèles.

On peut remarquer que les moments d'inertie calculés en a) sont calculés par rapport à un axe passant par le centre de masse (G) de l'objet. Il est possible que l'axe de rotation (par rapport auquel on désire calculer le moment d'inertie) ne soit pas cet axe. Dans ce cas, on peut utiliser le *théorème des axes parallèles*.



Théorème des axes parallèles : $I_{Axe\ quelconque} = \overline{I} + md^2$ (3)

Où $\overline{I}$: moment d'inertie par rapport à un axe passant par le centre de masse G.

c) Moment d'inertie d'objets composés :

Un objet peut toujours être décomposé en « morceaux » A, B, C…

Le moment d'inertie total est simplement l'addition des moments d'inertie :

$$I_{Objet} = I_A + I_B + I_C + ... \qquad (4)$$

d) Équation du mouvement (dynamique de rotation).

1. Pour un objet quelconque en mouvement, la 2ème loi de Newton permet de trouver l'accélération du centre de masse :

$$\boxed{\sum \vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}}$$

2. Si l'objet est un objet rigide, en rotation dans un plan, une équation analogue existe pour la rotation :

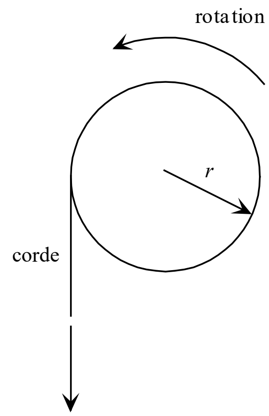
$$\boxed{\sum \mathbf{M}_{\mathbf{Axe\,(de\,rotation)}} = I_{\mathbf{Axe\,(de\,rotation)}}\alpha}$$

où M_{Axe} : moment par rapport à un axe (N.m)

I_{Axe} : moment d'inertie par rapport à cet axe (kg. m^2).

α : accélération angulaire (rad/s^2).

3. Dans votre montage, la tension d'une corde actionne un module tournant. Il y a une relation entre les paramètres angulaires (ω (vitesse angulaire en rad/s) et α (accélération angulaire en rad/s^2)) du module en rotation et les paramètres linéaires de la corde.



Relations entre paramètres angulaire et linéaire :

$$v = \omega r \qquad\qquad a = \alpha r$$

v : vitesse de la corde (m/s)

a : accélération de la corde (m/s^2)

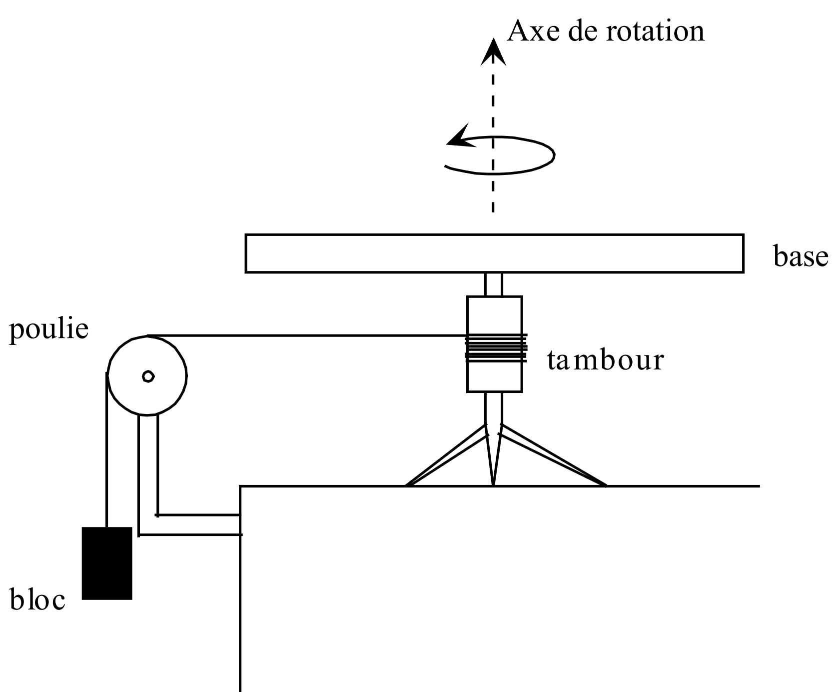
ω: vitesse angulaire (rad/s)

α : accélération angulaire (rad/s^2)

4.2 Manipulations

Montage #1 :

1. Montez l'arrangement expérimental comme à la figure ci-dessous. Utilisez un bloc de 1 kg. Fixez le trépied du module tournant à l'aide de serres.



2. Mesurez la hauteur h de laquelle le bloc tombera.
3. Mesurez le rayon r du tambour sur lequel la corde est attachée.

<u>Tableau 6</u> :

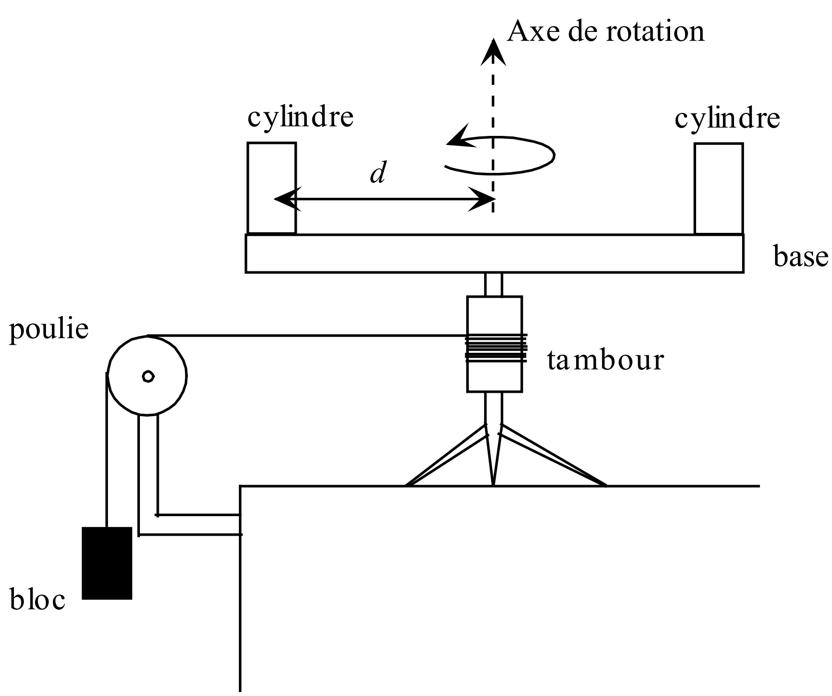
hauteur de chute du bloc	$h =$ m
rayon du tambour	$r =$ m

4. Laissez chuter le bloc. Chronométrez, aussi précisement que possible , le temps t_1 mis par le bloc pour descendre d'une hauteur h.

<u>Tableau 7</u> :

temps de chute #1	$t_1 =$ s
temps de chute #2	$t_2 =$ s
temps de chute #3	$t_3 =$ s
temps de chute #4	$t_4 =$ s
temps de chute #5	$t_5 =$ s

Montage #2 :



1. Mesurer la masse et le rayon d'un cylindre (tableau 8). Mesurez la distance *d*.

Tableau 8 :

masse d'un cylindre	*m* = kg
rayon d'un cylindre	*r* = m
distance d (MONTAGE 2)	*d* = m
distance d (MONTAGE 3)	*d* = m
masse de la planche dimensions de la planche	*m* = kg x x m
distance entre le centre de la planche et l'axe de rotation (MONTAGE 5)	*d* = m

2. Laissez chuter le bloc. Chronométrez, aussi précisement que possible , le temps t_2 (tableau 7) mis par le bloc pour descendre d'une hauteur *h*.

Montage #3 : (Même montage que le #2. Rapprochez les cylindres).

1. Mesurez la distance *d* (tableau 8). Laissez chuter le bloc. Chronométrez, aussi précisement que possible , le temps t_3 (tableau 7) mis par le bloc pour descendre d'une hauteur *h*.

Montage #4 : (Même montage que le #2. Remplacez les cylindres par une planche de bois, centrée).

1. Mesurer la masse et les dimensions de la planche (tableau 8).
2. Laissez chuter le bloc. Chronométrez, aussi précisement que possible , le temps t_4 (tableau 7) mis par le bloc pour descendre d'une hauteur *h*.

Montage #5 : (Même montage que le #2. Remplacez les cylindres par une planche de bois, décentrée).

1. Mesurer la masse et la distance entre le centre de la planche et l'axe de rotation (tableau 8).
2. Laissez chuter le bloc. Chronométrez, aussi précisement que possible , le temps t_5 (tableau 7) mis par le bloc pour descendre d'une hauteur *h*.

4.3 Calculs

1. À l'aide de vos mesures de temps (tableau 7), vous pouvez déduire le moment d'inertie de la structure. Vous pouvez ensuite comparer avec les valeurs prévues par la théorie.

a) pour calculer le moment d'inertie théorique, utilisez les équations (1), (2), (3).

b) pour déduire le moment d'inertie « mesuré » :

L'accélération du bloc est constante. On peut donc utiliser une équation du mouvement rectiligne uniformément accéléré $\boldsymbol{y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2}$. Cette équation devient $0 = h + 0 - ½a\, t^2$.

$$\text{L'accélération du bloc : } a = \frac{2h}{t^2} \qquad (5)$$

Pour le bloc, $\sum \vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$, ce qui devient :

$mg - T = ma$ (6) T : tension dans la corde. g = 9,81 m/s^2. m = masse de bloc.

Pour le module tournant, $\sum \mathbf{M}_{\text{Axe (de rotation)}} = I_{\text{Axe (de rotation)}}\alpha$. S'il n'y a aucun frottement à l'axe, cette équation devient :

$$Tr = I\alpha \qquad (7)$$

Et enfin l'accélération du bloc et l'accélération angulaire sont reliées par :

$$a = \alpha r \qquad (8)$$

En combinant les équations (5), (6), (7) et (8), déduisez I.

Vous pouvez ensuite déduire le moment d'inertie des cylindres ou de la planche en sachant que le moment d'inertie total est la somme des moments d'inertie.

Montage #1 : $I_{1\ mesuré}$ = kg. m^2	
Montage #2 : $I_{2\ mesuré}$ = kg. m^2 $I_{2\ (cylindres)\ mesuré}$ = kg. m^2	$I_{2\ (cylindres)\ théorique}$ = kg. m^2
Montage #3 : $I_{3\ mesuré}$ = kg. m^2 $I_{3\ (cylindres)\ mesuré}$ = kg. m^2	$I_{3\ (cylindres)\ théorique}$ = kg. m^2
Montage #4 : $I_{4\ mesuré}$ = kg. m^2 $I_{4\ (planche)\ mesuré}$ = kg. m^2	$I_{4\ (planche)\ théorique}$ = kg. m^2
Montage #5 : $I_{5\ mesuré}$ = kg. m^2 $I_{5\ (planche)\ mesuré}$ = kg. m^2	$I_{5\ (planche)\ théorique}$ = kg. m^2

Calculs :

Montage #1 :

Montage #2 :

Montage #3 :

Montage #4 :

Montage #5 :