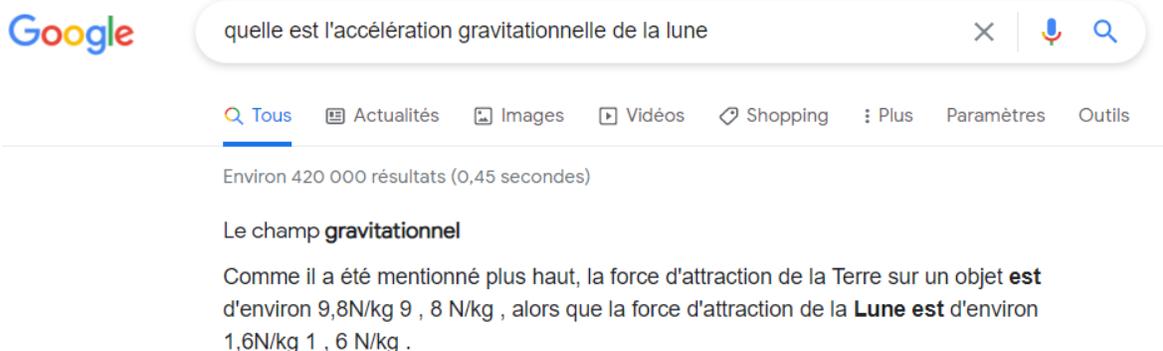




1.1 EXERCICES DE TECHNIQUE D'ESTIMATION EN ENERGIE

Exercice 1.1.e Estimation Lune :

Quelle est l'accélération gravitationnelle de la Lune? Cet exercice est proposé dans le but spécifique de vous faire comprendre que les techniques d'estimation peuvent permettre de comprendre des phénomènes bien davantage que procéder avec des équations complexes. De plus, de nos jours la toile regorge de sites qui peuvent fournir la réponse en moins de 10 secondes. Taper la phrase dans Google et 420 000 sites proposent des réponses et il faut 0,5s pour générer la liste....



Dans l'exercice, des résolutions aux questions sont proposées, mais celles-ci ne sont pas uniques. L'important est d'arriver le plus proche de la réalité possible (une relation exacte à 20% ou 30% est souvent ce que recherche un ingénieur dans ses estimations) avec logique et réflexion, davantage qu'avec des calculs sophistiqués.



Question 1 : Avec la technique : tenter de deviner, faites une première estimation.

Question 2 : Avec une combinaison des techniques : diviser et conquérir, mentir habilement, utiliser les moyens du bord et suivre ses intuitions, faites une nouvelle estimation systématique en utilisant la formule connue de gravitation.

Question 3 : Avec une combinaison des techniques : diviser et conquérir, mentir habilement, utiliser les moyens du bord et suivre ses intuitions, faites une nouvelle estimation par mise à l'échelle avec la Terre.

Question 4 : Quelle méthode entre la question 2 et 3, améliore le plus votre compréhension des phénomènes physiques présents dans le problème ?

RÉPONSES

Question 1 : Avec la technique : tenter de deviner, faites une première estimation.

Avec la technique tenter de deviner, la gravité lunaire devrait être plus petit que $1 g$, puisque la Lune est plus petite que la Terre. On pourrait dire comme point de départ que $g_{lune} = 0,5 g_{terre}$, enfin $0,1 g_{terre} < g_{lune} < 0,9 g_{terre}$ sans trop de risque de se tromper.

Question 2 : Avec une combinaison des techniques : diviser et conquérir, mentir habilement, utiliser les moyens du bord et suivre ses intuitions, faites une nouvelle estimation systématique en utilisant la formule connue de gravitation.

En utilisant la loi de gravitation, il est possible de déterminer que $g = \frac{F}{m} = \frac{GM}{R^2}$, où R est le rayon de l'objet à sa surface. Il faut alors rechercher avec les moyens du bord, les constantes M et R pour la Lune dans un livre ou sur le web, ainsi que la constante universelle G . Une fois les constantes trouvées, il est possible de calculer :

$$g_{lune} \sim \frac{6,7 \times 10^{-11} m^3 g^{-1} s^{-2} \times 7,3 \times 10^{22} kg}{[1,7 \times 10^6 m]^2} \sim 1,6 m s^{-2}.$$

Il est aussi possible de calculer les exposants de 10^{11} au numérateur et 10^{12} au dénominateur, ce qui laisse 10^{-1} après division. Alors : $g_{lune} \sim \frac{6,7 \times 7,3}{[1,7]^2} \times 10^{-1} = \frac{48,91}{2,89 \times 10} \sim \frac{48}{30} = 1,6$.

Ce qui engendre un facteur 6 entre la gravité lunaire et celle de la Terre. Ainsi, cette technique est facile à comprendre et constitue certainement une *bonne* manière de faire. Cependant, elle ne nous apprend pas grand-chose, et force à trouver les valeurs des constantes R , G et M . Pourquoi pas aller directement à la réponse alors?

Question 3 : Avec une combinaison des techniques : diviser et conquérir, mentir habilement, utiliser les moyens du bord et suivre ses intuitions, faites une nouvelle estimation par mise à l'échelle avec la Terre.

C'est une méthode qui ne demande que de connaître g_{terre} . Il s'agit de **mettre la Lune à l'échelle de la Terre** (scaling method).

Pour la réaliser, la variable « densité » ρ est employée plutôt que le masse, car la densité est indépendante du rayon de l'astre (avec l'expérience, vous deviendrez assez expert pour choisir vos variables). Pour une sphère de densité constante: $M = (4\pi/3) \rho R^3$, et alors $g = \frac{F}{m} = \frac{GM}{R^2} \propto \rho R$. Cette relation **d'échelle** nous indique comment g varie avec le rayon d'une sphère et avec sa densité. Il faut retenir ici **que** les facteurs qui varient entre la Lune et la Terre.

Avec $g \propto \rho R$, dès que l'on suppose (mentir habilement) que la densité de la Lune et son rayon sont identiques à ceux de la Terre, on conclue que g est proportionnel à 1, ce qui indique qu'ils doivent être du même ordre de grandeur.

C'est déjà ça et ça confirme que $0,1 g_{terre} < g_{lune} < 0,9 g_{terre}$ puisque la lune est un peu plus petite.

La première chose à corriger ici est que les deux astres n'ont pas le même rayon. Alors quel est le rayon de la Lune? Avec les moyens du bord et son intuition, lors de la pleine lune, le pouce ($\approx 1cm$) tenu à bout de bras ($\approx 1 m$) cache la Lune, l'angle est alors de $\approx 0,01$ rad. Ainsi, puisque la distance Terre-Lune est de $\approx 4 \times 10^5$ km, son rayon doit être près de $\approx 2 \times 10^3$ km. Pour estimer la distance Terre-Lune, on peut aussi considérer que la lumière ne met que 1,28 secondes pour s'y rendre...ou bien sûr chercher le rayon de la lune sur internet....

Si le rayon de la Lune ne fait que 2000 km, celui de la Terre en fait environ 6000 km. Ce qui donne un facteur 3 entre g_{lune} et g_{terre} .

Pas tout-à-fait suffisant pour expliquer le facteur 6 calculé précédemment (en fait, le rayon de la Lune est plus faible) mais même avec le rayon exact de la lune, il n'est pas possible d'arriver à la véritable valeur..

Ça ne peut donc s'expliquer **que** par une différence de densité des deux corps célestes (car deux facteurs déterminent g , car $g \propto \rho R$).

La densité de la Lune doit donc (et elle l'est effectivement) être plus faible que celle de la Terre. En fait, cette présentation ne concerne pas la géologie des deux corps, mais cette analyse nous renseigne sur les **propriétés** de ceux-ci.

En réalité, la densité de la Lune est celle de la croûte terrestre, soit environ 3000 kg/m^3 , alors que celle de la Terre est en moyenne de 5000 kg/m^3 en raison de la constitution de son noyau, qui comporte des éléments plus denses en son centre. En prenant en compte ceci on arrive à un facteur 5 avec la gravité de la Terre environ, ce qui s'approche de la réalité donc c'est un estimé plausible.

Même si cette hypothèse sur la densité n'est pas vraie, elle est plausible et suggère des expériences qui pourraient la réfuter ou la confirmer. Sa genèse montre un avantage de la méthode de mise à l'échelle sur la méthode exacte. On apprend que la densité de la lune DOIT être inférieure (en moyenne) à celle de la terre.

Question 4 : Quelle méthode entre la question 2 et 3, améliore le plus votre compréhension des phénomènes physiques présents dans le problème ?

La méthode de mise à l'échelle oblige l'analyste à comparer les propriétés d'un système avec les propriétés d'un autre. En faisant cette comparaison, il approfondit sa connaissance du problème et des systèmes en jeu.

Alors que la méthode exacte va à l'encontre de l'objectif de l'analyse par ordre de grandeur. Au lieu d'approximer, elle utilise des valeurs précises et donne une réponse précise. La méthode exacte demande de combiner alors de nombreux effets physiques en une seule équation, ce qui ne permet alors pas facilement de discerner quels effets sont importants.

La méthode de mise à l'échelle, où l'hypothèse est faite que la Terre et Lune ont la même densité et le même rayon, puis où des corrections sont progressivement apportées, instruit davantage. On y comprend pourquoi les deux constantes sont du même ordre de grandeur : les deux astres ont à peu près la même densité et la même taille (en comparaison avec les autres astres). On apprend aussi pourquoi un facteur 1/6 existe entre les deux : le matériau lunaire est moins dense, et son rayon est évidemment plus faible. Ainsi, la méthode de mise à l'échelle permet de construire progressivement la compréhension du problème.

Pour ce problème particulier, puisque toutes les données sont facilement disponibles sur le web (incluant la valeur de g_{lune}), la méthode de mise à l'échelle pourrait apparaître peu utile, voire inutile. Cependant, si c'est votre première réflexion, détrompez-vous. La quasi-totalité des problèmes que vous aurez à résoudre au cours de votre carrière ne sera pas de ceux pour lesquels la réponse, ou les données pour l'obtenir, sont sur le web; on ne vous paiera pas pour « faire des recherches en ligne ».