

3. Aérodynamique des éoliennes

3.1 Fonctionnement d'une turbine et limites



Hussein Ibrahim, Ph.D. - Antoine Brégaint, M.Sc.A.

Plan de cette présentation

- Introduction et objectifs
- Principes de fonctionnement des éoliennes
- Théorie du disque et limite de Betz
- Théorie du disque avec rotation du sillage
- Conclusion

Plan de cette présentation

- ***Introduction et objectifs***
- Principes de fonctionnement des éoliennes
- Théorie du disque et limite de Betz
- Théorie du disque avec rotation du sillage
- Conclusion

Introduction et objectifs

- L'intégralité de la ressource éolienne disponible ne peut être extraite et convertie en énergie électrique.
- Il est essentiel de connaître les différentes limites du processus de conversion.
- Cette présentation a pour objectif de décrire le fonctionnement des éoliennes ainsi que des différents facteurs limitant la production d'énergie électrique.

Plan de cette présentation

- Introduction et objectifs
- ***Principes de fonctionnement des éoliennes***
- Théorie du disque et limite de Betz
- Théorie du disque avec rotation du sillage
- Conclusion

Question

- Qu'est-ce qui est vrai à propos du coefficient de puissance d'une éolienne (C_p) ?
 - A. C'est le rapport entre la puissance extraite de l'éolienne et celle disponible
 - B. C'est le rapport entre la puissance disponible et celle extraite de l'éolienne
 - C. La valeur maximale de ce coefficient est d'environ 0,8
 - D. La valeur maximale de ce coefficient est appelée limite de Betz
 - E. Il est aussi appelé rendement aérodynamique

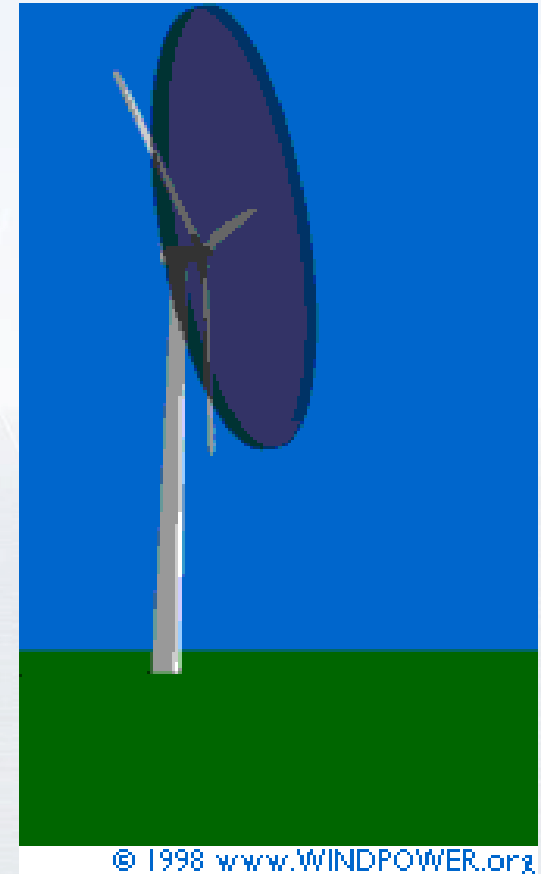
Principes de fonctionnement des éoliennes

- La puissance cinétique disponible dans le vent et captée par le disque du rotor de l'éolienne :

$$P_{disponible} = \frac{1}{2} \rho_{air} \left(\frac{\pi D^2}{4} \right) U^3$$

- La puissance extraite du vent se calcule comme la différence entre la puissance cinétique du vent avant (captée) et après le disque du rotor (non captée) :

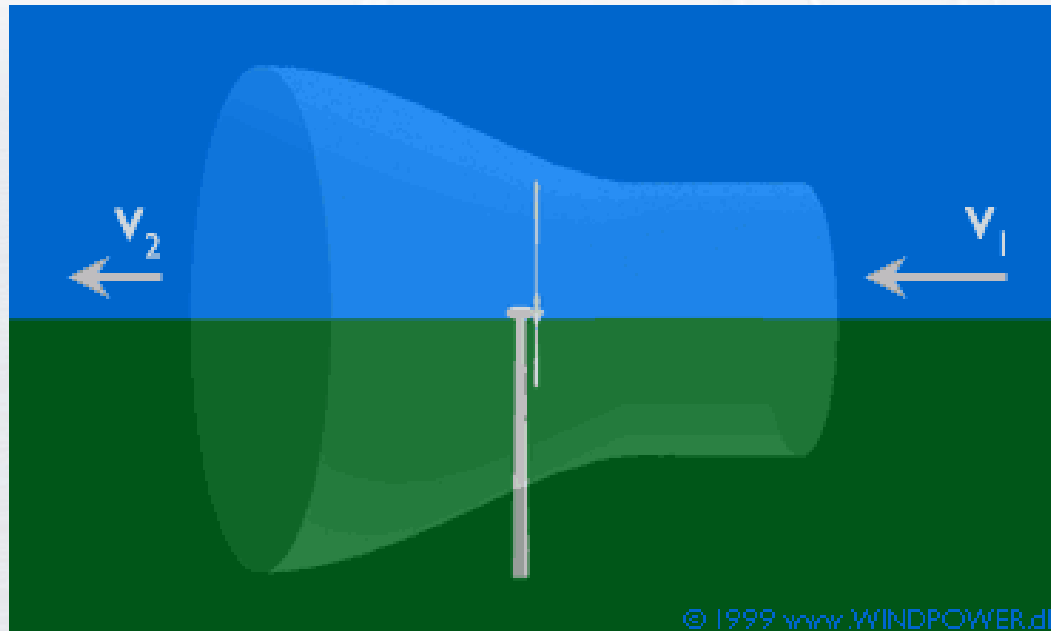
$$P_{ext} = \frac{1}{2} \rho_{air} C_p \left(\frac{\pi D^2}{4} \right) U^3$$



Principes de fonctionnement des éoliennes

- C_p est le coefficient de puissance de l'éolienne (rendement aérodynamique). Il se définit par :

$$C_p = \frac{P_{ext}}{P_{disponible}}$$



© 1999 www.WINDPOWER.dk

Plan de cette présentation

- Introduction et objectifs
- Principes de fonctionnement des éoliennes
- ***Théorie du disque et limite de Betz***
- Théorie du disque avec rotation du sillage
- Conclusion

Théorie du disque et limite de Betz

- La puissance réellement récupérable est inférieure à celle captée par le rotor, puisque l'air ne s'arrête pas totalement.
- La limite de Betz représente la limite théorique du coefficient de puissance du rotor → limite de la puissance maximale récupérable du vent.
- La théorie du disque permet de déterminer cette limite avec les hypothèses suivantes :
 - Pas de frottement
 - Écoulement homogène, incompressible, stationnaire
 - Nombre infini de pales (disque « plein »)
 - Poussée uniforme sur la surface du disque
 - Pressions statiques en amont et en aval du disque égales à la pression atmosphérique normale
 - Sillage sans rotation

Théorie du disque et limite de Betz

❖ Calcul de la poussée sur le disque

- Conservation de la quantité de mouvement :

$$T = U_1(\rho AU)_1 - U_4(\rho AU)_4 \quad (1)$$

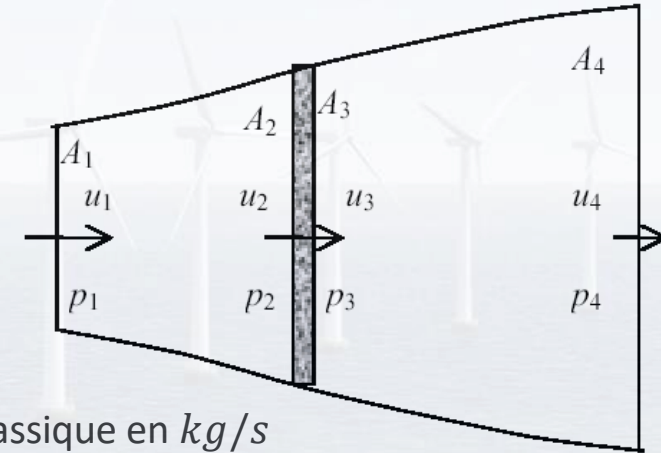
$$T = \dot{m}(U_1 - U_4) \quad (2)$$

U_i : Vitesse du vent en m/s ; ρ : Densité de l'air en kg/m^3 ; A : Surface transversale en m^2 ; \dot{m} : débit massique en kg/s

- Différence de pression et Bernoulli :

$$T = A_2(p_2 - p_3) = \frac{1}{2} \rho A_2 (U_1^2 - U_4^2) \quad (3)$$

U_1 est la vitesse du vent incident sur la pale. Elle est généralement appelée U lors des calculs de puissance et d'énergie produite par une éolienne.



Théorie du disque et limite de Betz

❖ Calcul de l'énergie captée par le freinage du vent

- On suppose que la vitesse autour du disque est égale. En égalisant (1) et (3) et en remarquant que $\dot{m} = \rho(AU)_1 = \rho(AU)_2$:

$$U_2 = U_3 = \frac{(U_1 + U_4)}{2} \quad (4)$$

- On introduit le facteur d'induction axiale « a » tel que :

$$a = \frac{U_2 - U_1}{U_1} \quad (5)$$

- Ainsi :

$$U_2 = U_3 = U_1(1 - a) \quad (6)$$

$$U_4 = U_1(1 - 2a) \quad (7)$$

Théorie du disque et limite de Betz

❖ Calcul de la puissance au niveau du disque

- Cette dernière est définie comme la différence entre l'énergie cinétique du vent avant et après le disque du rotor :

$$P = \frac{1}{2} \rho A_2 (U_1^2 - U_4^2) U_2 \quad (8)$$

- En substituant U_2 et U_4 issues de (6) et (7) dans (8), il est possible d'exprimer cette puissance en fonction de a et de la vitesse en entrée :

$$P = \frac{1}{2} \rho A_2 U_1^3 * 4a(1 - a)^2 \quad (9)$$

Théorie du disque et limite de Betz

- Le coefficient de puissance peut donc s'exprimer uniquement en fonction de a (en utilisant (9)) :

$$C_p = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho A_2 U_1^3} = 4a(1 - a)^2 \quad (10)$$

- La valeur maximale de C_p s'obtient en trouvant la valeur de a donnant une dérivée nulle de $C_p(a)$:

$$\frac{dC_p\left(\frac{1}{3}\right)}{da} = 0$$

- En prenant $a = \frac{1}{3}$ dans (10), on obtient la valeur de la limite de Betz :

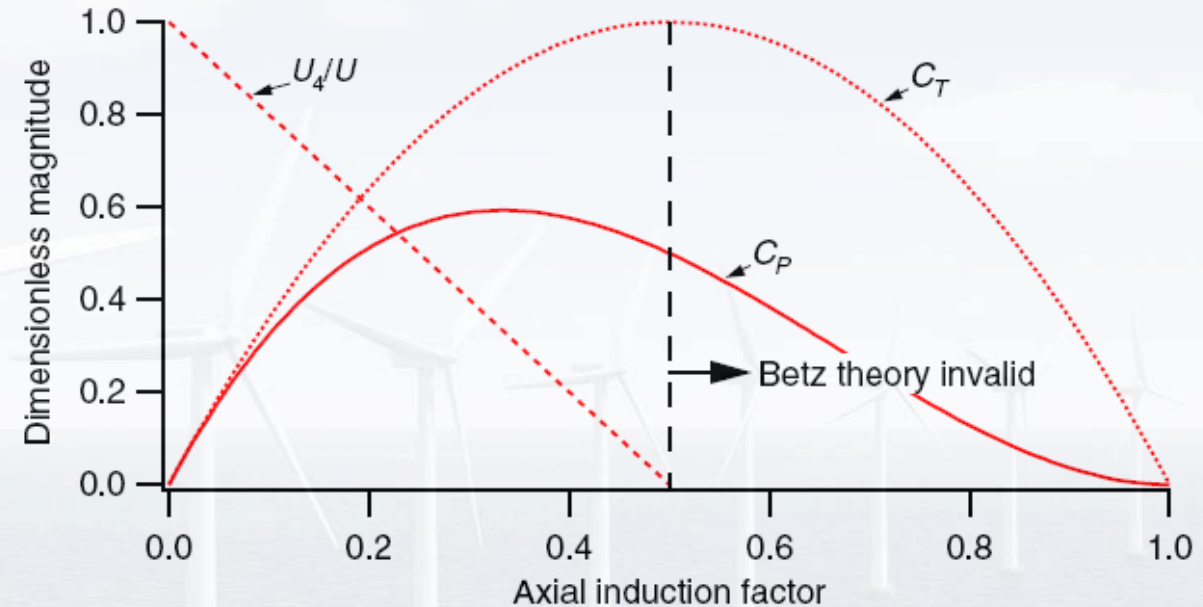
$$C_{p_{maxi}} = 4 * \frac{1}{3} * \left(1 - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{16}{27} = 0.593$$

Théorie du disque et limite de Betz

❖ Calcul de la poussée

- En utilisant (3) et (7), on obtient :

$$T = \frac{1}{2} \rho A_2 U_1^2 [4a(1 - a)] \quad (11)$$



- De la même façon que pour le coefficient de performance, le coefficient de poussée est défini de la façon suivante (en utilisant (11)):

$$C_T = \frac{T}{\left(\frac{1}{2} \rho A_2 U_1^2\right)} = 4a(1 - a) \quad (12)$$

Question

- De quoi dépend le rendement global d'une éolienne ?
 - A. Rendement du vent
 - B. Rendement mécanique
 - C. Rendement électrique
 - D. Rendement aérodynamique
 - E. Tous ces rendements

Théorie du disque et limite de Betz

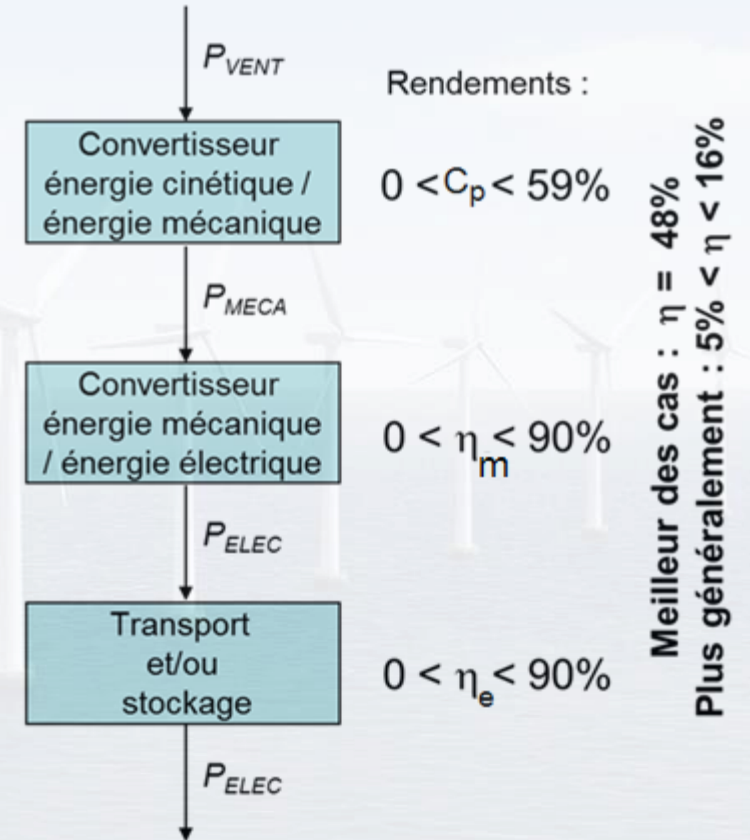
❖ Rendement total

- La limite de Betz déterminée plus tôt n'est en pratique jamais atteinte en raison des pertes suivantes :
 - La rotation du sillage en arrière du rotor
 - Nombre fini de pales et pertes associées en bout de pale
 - Traînée aérodynamique non-nulle

$$\eta_{total} = \frac{P_{utile}}{\frac{1}{2}\rho S U^3} = \eta_{mécanique} * \eta_{électrique} * C_p$$

Rendement électrique
Rendement aérodynamique

Rendement total
Rendement mécanique

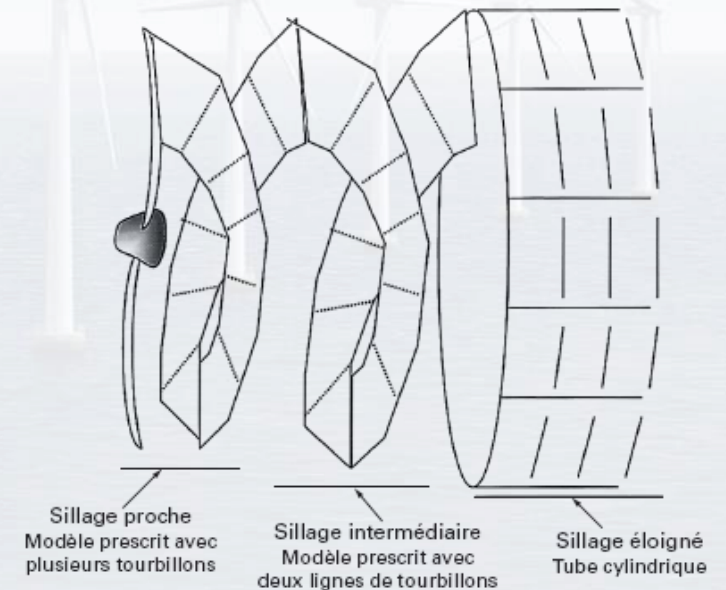
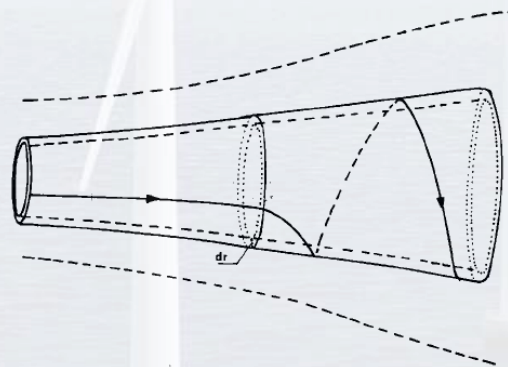
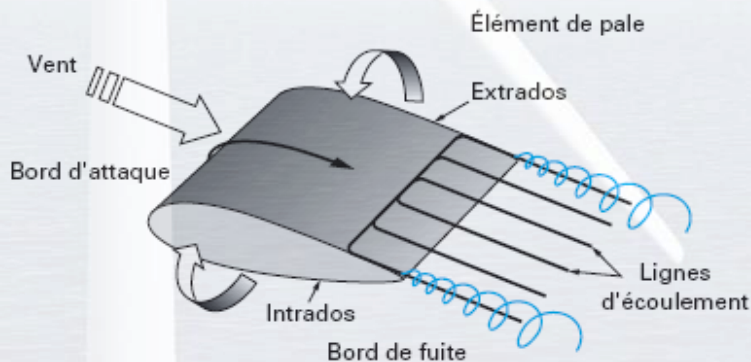


Plan de cette présentation

- Introduction et objectifs
- Principes de fonctionnement des éoliennes
- Théorie du disque et limite de Betz
- ***Théorie du disque avec rotation du sillage***
- Conclusion

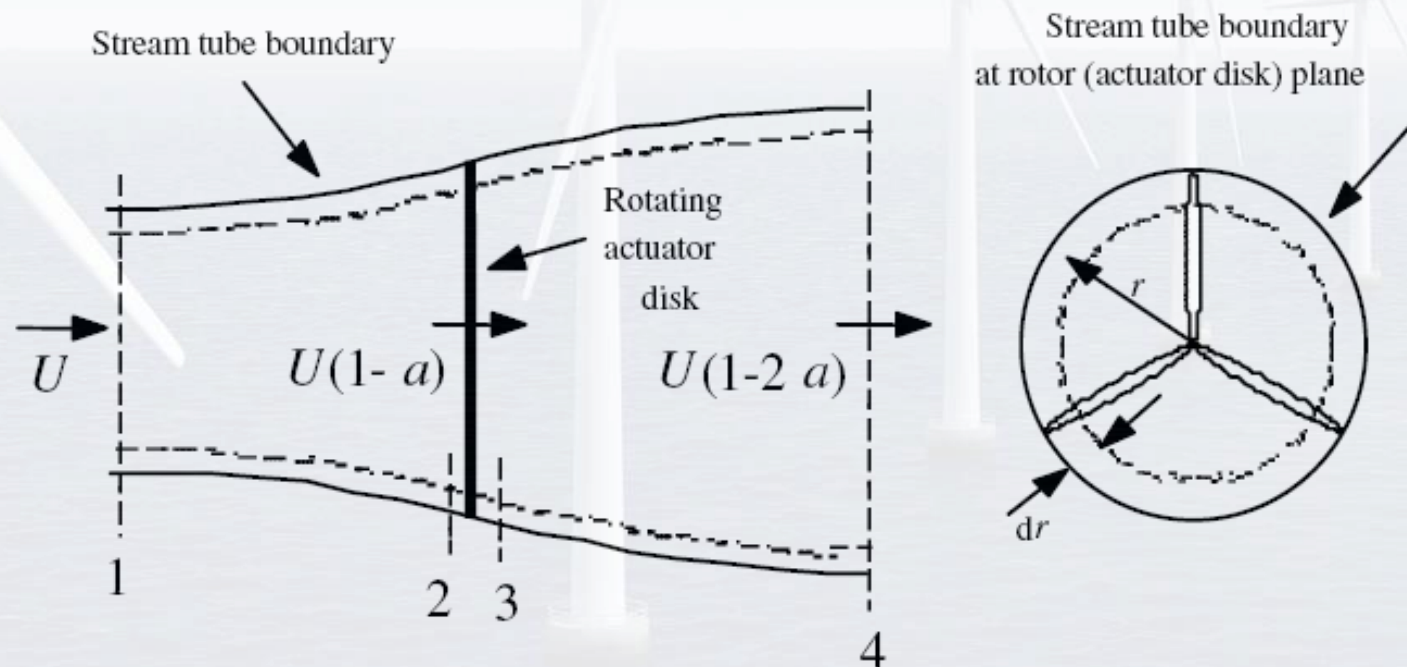
Théorie du disque avec rotation du sillage

- Les résultats obtenus précédemment peuvent se généraliser en prenant en compte la rotation du sillage.
- Illustrations du tube de courant en considérant la rotation du sillage :



Théorie du disque avec rotation du sillage

- Vitesse de rotation du rotor Ω en rad/s
- Vitesse de rotation du sillage ω en rad/s
- Facteur d'induction angulaire a' tel que : $a' = \frac{\omega}{2\Omega}$ (13)



Théorie du disque avec rotation du sillage

❖ Calcul de la poussée à travers le disque

- On considère la quantité de mouvement de rotation générée par les pales du disque (r est le rayon de la section considérée):

$$dT = (p_2 - p_3)dA = \left[p \left(\Omega + \frac{1}{2} \omega \right) \omega r^2 \right] 2\pi r dr \quad (14)$$

- En injectant (13) dans (14), on obtient :

$$dT = 4a'(1 + a') * \frac{1}{2} \rho \Omega^2 r^2 * 2\pi r dr \quad (15)$$

Théorie du disque avec rotation du sillage

❖ Ratio local des vitesses λ_r

- Ce ratio dépend des facteurs d'induction axiale et angulaire

$$\frac{a(1-a)}{a'(1+a')} = \frac{\Omega^2 r^2}{U_1^2} = \lambda_r^2 \quad (16)$$

❖ Ratio global des vitesses pour le rotor λ (ou vitesse spécifique)

Ω : Vitesse angulaire du rotor en rad/s

R : Rayon du rotor en m

U : Vitesse du vent incident en m/s

r : Rayon de la section étudiée (locale) en m

$$\lambda = \frac{\Omega R}{U} \quad (17)$$

$$\lambda_r = \frac{r}{R} \lambda \quad (18)$$

Théorie du disque avec rotation du sillage

❖ Couple au niveau du rotor

- En appliquant la conservation du moment angulaire, le couple exercé au niveau du rotor devient égal au changement de moment angulaire dans le sillage. Ainsi, pour une surface de contrôle infinitésimale :

$$dQ = d\dot{m}(\omega r)(r) = (\rho U_2 2\pi r dr)(\omega r)(r) \quad (19)$$

- En injectant (5) et (13) dans (19) :

$$dQ = \frac{4a'(1-a)1}{2} \rho U_1 \Omega r^2 2\pi r dr \quad (20)$$

Théorie du disque avec rotation du sillage

❖ Calcul de la puissance au niveau du disque

- Puissance générée pour un élément de surface :

$$dP = \Omega dQ \quad (21)$$

- En substituant (20) dans (21) et en utilisant (18) :

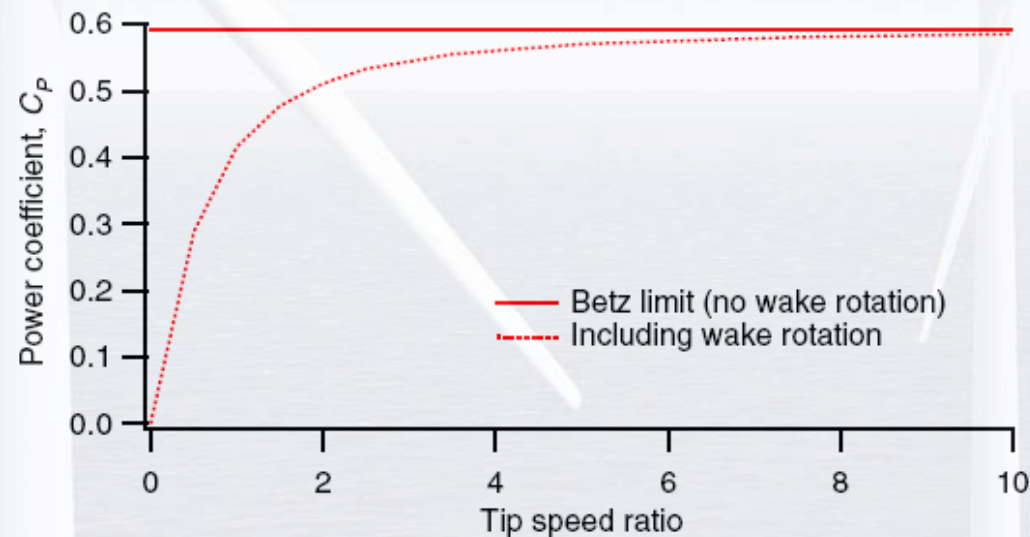
$$dP = \frac{1}{2} \rho A_2 U_1^3 \left[\frac{8}{\lambda^2} a' (1 - a) \lambda_r^3 \right] d\lambda_r \quad (22)$$

- Le coefficient de puissance devient donc :

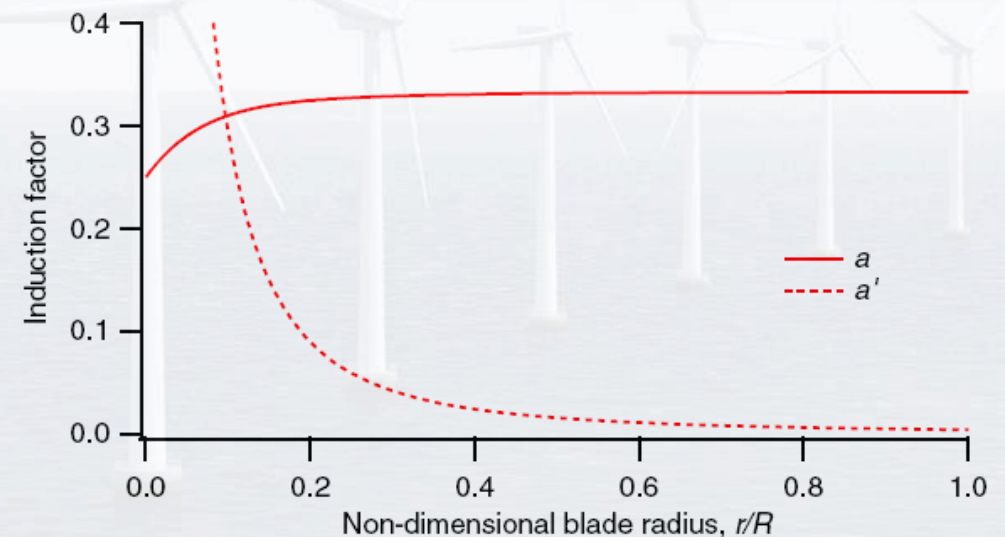
$$C_p = \frac{8}{\lambda^2} \int_0^\lambda a' (1 - a) \lambda_r^3 d\lambda_r \quad (23)$$

Théorie du disque avec rotation du sillage

- ❖ Calcul de la puissance au niveau du disque
 - Le calcul de la puissance par l'intégration de la relation précédente demande de relier les variables a , a' et λ_r (cf. livre de référence).



Valeurs maximales théoriques du coefficient de puissance



Valeurs maximales théoriques des coefficients d'induction

Plan de cette présentation

- Introduction et objectifs
- Principes de fonctionnement des éoliennes
- Théorie du disque et limite de Betz
- Théorie du disque avec rotation du sillage
- ***Conclusion***

Conclusion

- Le coefficient de puissance d'une éolienne est un des facteurs limitants de la conversion de l'énergie éolienne en énergie électrique. La valeur limite de ce coefficient est définie par la limite de Betz et ne peut dépasser 0,59 lorsque l'effet de sillage n'est pas pris en compte.
- La prise en compte de l'effet de sillage diminue encore un peu plus cette limite pour les faibles vitesses spécifiques.
- Il faut également prendre en compte les rendements électrique et mécanique de l'éolienne.

MERCI POUR VOTRE ATTENTION !



MERCI



Questions ?

Hussein IBRAHIM, Ph.D
Tél: 418-962-9848 # 340
cc-hussein.ibrahim@etsmtl.ca
Hussein_ibrahim01@uqar.ca
Hussein.ibrahim@itmi.ca