22.5 EXERCICE D'EFFICACITÉ ÉNERGÉTIQUE

Exercice 22.5 Isolation d'une dalle de béton

Un fermier désire savoir s'il vaut la peine d'ajouter 2 po. d'isolant (polystyrène expansé, le classique isolant rose ou bleu) sous la dalle de béton d'un bâtiment qu'il désire faire construire. Il sait que de l'énergie sera économisée. Mais combien? Est-ce que la PRI est intéressante?

La longueur de la dalle sera de 76,2 m et la largeur 18,3 m. La dalle elle-même aura 12,5 cm (5 po. environ). L'entrepreneur lui facturera 7 000$ pour ajouter l'isolant par rapport au coût de construction global. La température dans l'enceinte varie cycliquement de 22°C à 32°C car on y élève des poussins. Il y a 7 cycles d'élevage de 40 jours par an et entre les cycles, on ne chauffe pas. Le gaz lui coûte 0,40$/m^3.

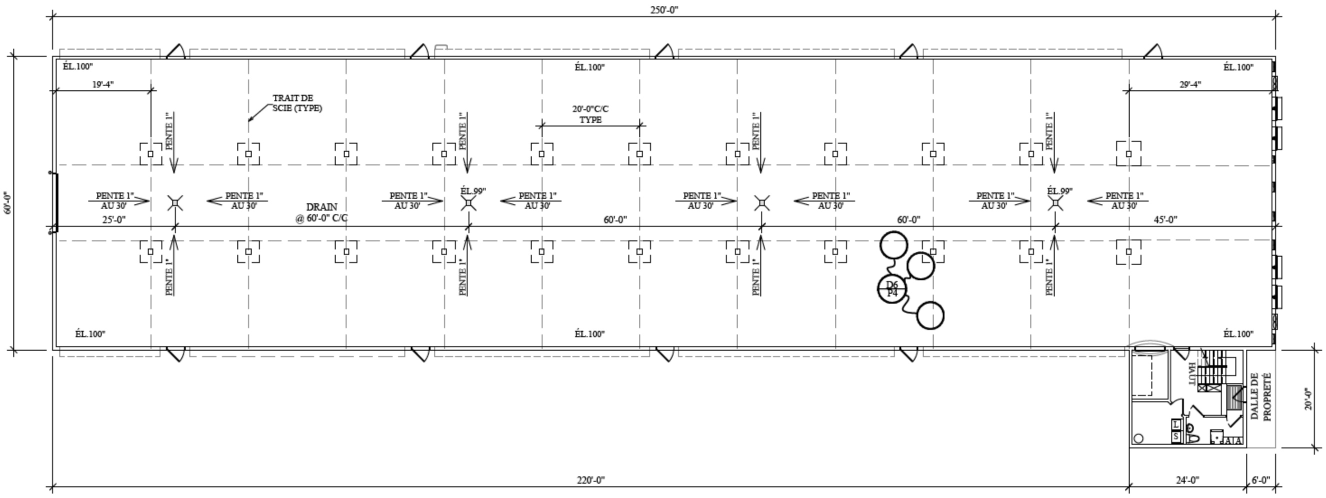


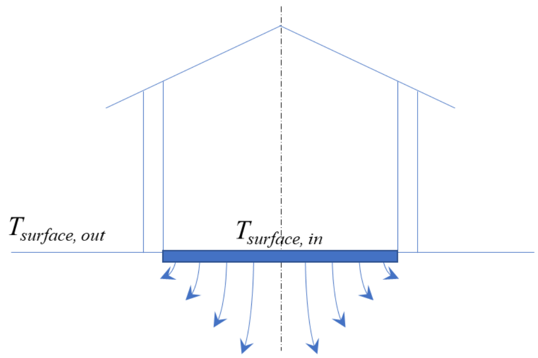
Figure 1 : Vue de plan avec les dimensions de 250' x 60'. On néglige le petit appentis en bas à droite.
La dalle isolée couvrirait toute la surface rectangulaire.

QUESTIONS

Question 1 : Déterminer la PRI simple de l'installation.

Dans ce problème, la méthodologie de résolution proposée en 1.3 est explicitement appliquée.

RÉPONSES (elles ne sont pas en rouge dans ce fichier)



1.Connu :

W = 76,2 m
w= 18,3 m
LD = 0,125m. La dalle aura 12,5 cm (5 po. environ).
LI = 0,05m. On ajoute 2po. d'isolant
CAPEX = 7000$ (un coût supplémentaire à amortir)
$T_{min\ air}$ =22°C
$T_{max\ air}$ = 32°C
J =280 jours
Coût, gaz = 0,40$/m³.

2. Recherché :

La durée de la PRI simple à partir de laquelle il sera possible de prendre une décision.

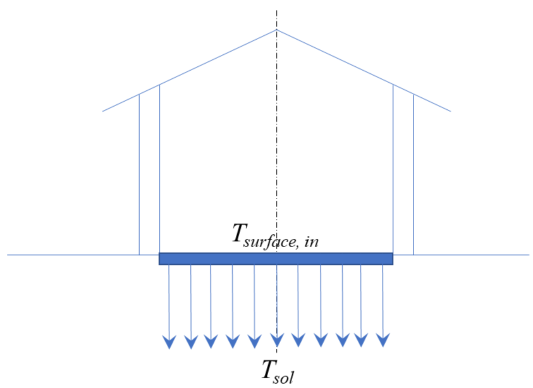
3. Schéma :

Dans le schéma ci-haut, on illustre le fait que l'énergie thermique va se disperser dans le sol en 3D et non uni dimensionnellement (1D). Donc, le profil de décroissance de la température sous la dalle ne sera pas linéaire, ce qui complique considérablement le problème.

4. Hypothèses :

Une analyse 3D exigerait des moyens importants à moins de faire partie d'une firme spécialisée en simulation numérique de phénomènes multi dimensionnels et d'employer des logiciels tels COMSOL, ANSYS ou autres du même type. Peu de firmes de génie ont ces capacités car ce ne sont pas des logiciels destinés à des cabinets conseil ou bureaux d'études. Par ailleurs, ici un estimé est recherché. Une valeur plus exacte pourrait être recherchée ultérieurement.

La surface de la dalle doit être maintenue à $T_{surface,in}$ = 22°C pendant 280 jours (on ne se casse pas la tête avec la résistance convective à la surface et on fixe la température du sol).



Il faut trouver un circuit linéaire équivalent qui permet de transformer le problème de la manière illustrée ci-contre.

Ce qui compte n'est pas le profil de température sous la dalle mais le gradient immédiatement sous cette dernière.

Il faut trouver une « profondeur équivalente » LS en 1D qui va produire la « même » résistance thermique que la résistance thermique multidimensionnelle illustrée plus haut.

5. Propriétés :

Il faut d'abord employer des valeurs de propriétés constantes qui se trouvent dans la « littérature » (expression assez vague). Il faut de préférence employer des valeurs trouvées dans des livres de références ou « handbooks » sur le sujet. Ici, seul trois propriétés sont recherchées : les conductivités thermiques du béton, de l'isolant et du sol.

1. La conductivité du béton fait assez consensus mais plusieurs « recettes » de béton existent : les valeurs oscillent assez peu entre 1,3 et 1,5 W/mK. Mais, certaines études indiquent entre 0,8 et 2,0 : on choisit une valeur de 1,4 W/mK.

2. La conductivité de l'isolant est plus sûre : 0,027 W/mK (c'est 50 x + isolant que le béton. Ou dit autrement, il faut 100 po. de béton (2,5m) pour isoler comme 2po. de polystyrène). On comprend l'intuition du fermier.
3. La conductivité de sol est TRÈS variable car elle dépend non seulement des matériaux présents mais de leur compacité de de leur humidité : les valeurs varient de 1,0 à 3,5 : on fera un calcul avec 1,0 et une étude de sensibilité pourrait être effectuée sur ce paramètre incertain.

6. Analyse :

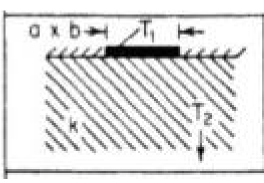
Avant l'emploi des ordinateurs que faisaient donc les ingénieurs pour faire des calculs multidimensionnels? Ils élaboraient des solutions analytiques. Et ensuite? Ils emploient toujours les solutions analytiques simples et des corrélations, mais ils utilisent des méthodes numériques pour les valider.

Conductance d'une dalle : Une recherche sur science direct (moteur de Elsevier) a permis de trouver quelques études sur le sujet. Dans cette étude, la profondeur de référence dans le sol a été ajustée pour représenter une résistance équivalente à celle qui est calculée avec la conductance tridimensionnelle proposée par (Anderson, 1991) pour une dalle rectangulaire de B x L:

$$U = \frac{2\lambda}{\pi}\frac{1}{LB}\left[L\ln\left(\frac{2L}{w}\right) + B\ln\left(\frac{2B}{w}\right) + \sqrt{L^2+B^2} - L - B - B\ln\frac{\sqrt{L^2+B^2}+B}{L} - L\ln\frac{\sqrt{L^2+B^2}+L}{B}\right]. \quad (20)$$

C'est une équation pour la conductance équivalente du sol. En vérifiant les unités, on constate que ce sont bien des unités de conductance (W/m^2K). Cette conductance tient compte de la conductivité du sol, λ, de la longueur, L=W, et de la largeur, B=w, du bâtiment et de l'épaisseur des murs, w=t. C'est la plus complète et la plus réaliste de celles qui furent trouvées. Cette étude est aussi validée par une expression obtenue par Delsante et al. (Building & Environment, 23(1),11-17, 1988). Anderson est aussi connu pour avoir publié des normes britanniques sur le sujet en 1990. Rust et Christian (ASHRAE Conference, NTIS 199308, 1992), du Oak Ridge Natl Lab au Tennessee, proposent aussi une relation mais leur Z-shape factor est moins applicable au cas présent car on n'obtient pas une bonne idée de la profondeur du pourtour de la dalle qui est requise dans leur théorie.

Il eut été possible d'aller plus loin. Mais dans un problème tel que celui-ci, il faut obtenir un premier estimé rapidement.
Une dernière vérification fut effectuée à l'aide d'une corrélation en apparence très simple tirée d'un Handbook of heat transfer, 1985



$$q/ka(T_1-T_2) = \pi/\ln(4a/b)$$

Mais les résultats obtenus ne tenaient pas la route en termes de signification physiques.

En modélisant la dalle de cette manière, le problème 3D devient le problème 1D illustré à la Figure 2. D'une part, un schéma est proposé pour la dalle non isolée (à gauche) et un schéma semblable est inclus pour la dalle isolée (à droite). La notation employée est celle qui fut implantée dans IHT afin de réaliser l'analyse.

Mathématiquement, le problème devient le plus simple problème de conduction possible. Il ne reste qu'à fixer la température du sol sous la dalle, la profondeur équivalente LS qui procure un gradient à la paroi inférieure de la dalle similaire à celui obtenu avec la solution de Anderson. Mais il faut aussi fournir l'épaisseur des murs t= 0,20 m(8po.) et à fournir une température de surface du sol extérieure qui permet l'estimée de la conductance avec l'équation (20) tirée de l'article de Anderson (joint à cet exercice pour les puristes).

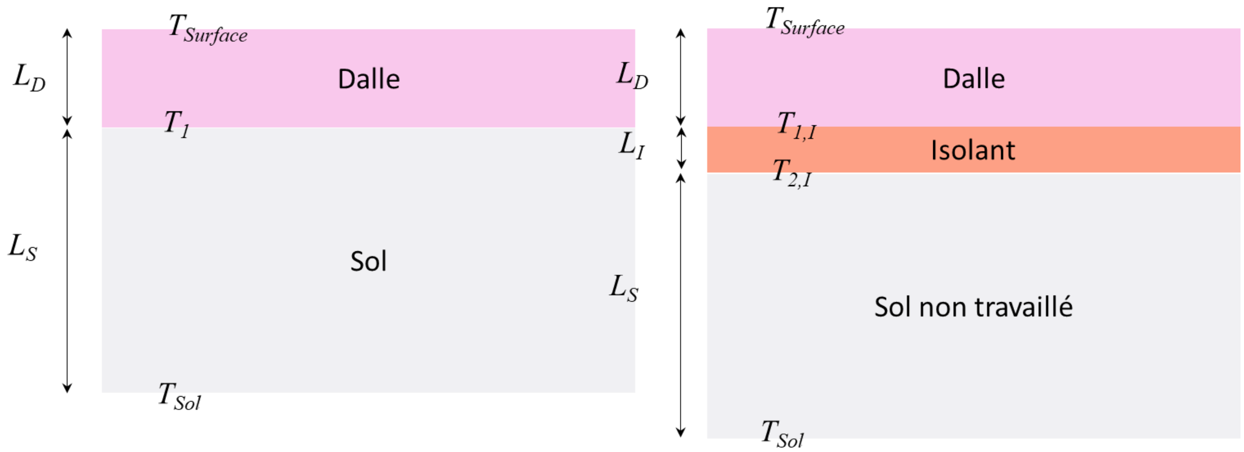


Figure 2: Modélisation du problème: à gauche, sans isolant; à droite, avec isolant

Pour le premier cas, les résistances thermiques par unité de surface sont exprimées telles que :

$$R"_{thermique} = \frac{T_{surface} - T_{Sol}}{q"_{thermique}} = \frac{L_D}{k_D} + \frac{L_S}{k_S}$$

Et pour le cas isolé :

$$R"_{thermique} = \frac{T_{surface} - T_{Sol}}{q"_{thermique}} = \frac{L_D}{k_D} + \frac{L_I}{k_I} + \frac{L_S}{k_S}$$

Pour estimer les pertes thermiques avec les modèles linéaires, il suffit d'implanter l'équation (20) d'Anderson pour obtenir la valeur de la conductance du sol. Les variables du fichier IHT sont telles que W = L, w= B, ε=t et λ est la conductivité du sol)

U_Anderson = 2*kS/(pi*A)*(A1+A2+A3+A4) //Equation 20, Delsante et al.IJHMT, 26, 121-132, 1983
A1 = W*LN(2*W/t)
A2 = w*LN(2*w/t)
A3 = (W^2+w^2)^(1/2)-W-w-w*LN(((W^2+w^2)^(1/2)+w)/W)
A4 = -W*LN(((W^2+w^2)^(1/2)+W)/w)

Profondeur équivalente : Avec cette conductance, il faut alors calculer la résistance telle que :

R_Anderson = (UA)^-1 = $(U*W*w)^{-1}$

Cette résistance DOIT être égale à la résistance équivalente linéaire RS = LS/kS/A ce qui permet d'évaluer la profondeur linéaire équivalente LS où la température est supposée égale à 9°C. Ici, LS = 5,24 m avec les paramètres incorporés dans le fichier IHT.

Différences de taux de transfert : Les données du problème sont reproduites ici avec les calculs de résistances et les taux de transfert SANS et AVEC isolation.:

//Données
//Temperatures in oC
Tsurf = 22
Tsoil = 9

```
//Surface area in m2
W =76.2                     //Lenght of the whole building, in m, 250'
w = 18.3                    //Width of the whole building, in m, 60'
A = W*w                     //Surface area of the slab, in m2
t= 0.20                     //Thickness of the wall, m (utilisez par Anderson, ici 8po.)

//Thickness in m
LD = 0.125                  //Thickness  of the slab, 5 pouces
LS = 5.24                   //Thickness (equivalent) of the ground, several feet here
LI = 0.05                   //Switch from without to with insulation, 2 pouces
//LI = 0                    //Switch from with to without insulation

//Thermal conductivities in W/mK
kD = 1.4
kS = 1.00
kI = 0.027

//Thermal resistances (unit) in K/W
Rtot_wo = RD+RS
Rtot_withI = RD+RS+RI
RD =  LD/kD/A
RS = LS/kS/A
RI = LI/kI/A

//Heat fluxes in W/m2 (the non insulated slab)
qtot = (Tsurf-Tsoil)/Rtot_wo
qtot = (Tsurf-T1)/RD
//qtot2 = (T1-Tsoil)/RS

//With added insulations
qtot_withI = (Tsurf-Tsoil)/Rtot_withI
R_Ratio = Rtot_withI /  Rtot_wo
qtot_withI = (Tsurf-T1i)/RD
qtot_withI = (T2i-Tsoil)/RS
```

Économies :

```
//Savings
q_diff = qtot - qtot_withI                  //Heat rate diffference, average, W
EconomieQ = q_diff*8760/1000*280/365        //kWh for 280 days
EconomieMJ = EconomieQ*3.6                  //En MJ
LHVgaz = 40                                 //En MJ/m3
Vgaz = EconomieMJ/LHVgaz                    //En m3
Costgaz = Vgaz*0.4                          //Coût de gaz économisé
PRI = 7000/Costgaz                          //PRI simple
```

Les résultats calculés montrent que qtot = 3402 W et qtot_withI = 2524 W pour une différence de qdiff = 877,2W. Ce taux de pertes supplémentaires correspond à une énergie de EconomieQ = 7684 kWh. Et finalement,

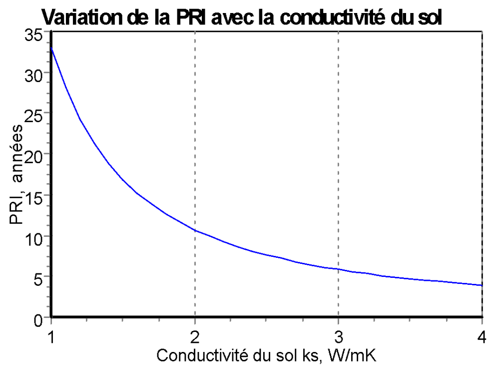
la PRI est de 33 ans.

Est-ce que ça vaut la peine de faire les travaux?

7. Commentaires :

Cette très longue PRI est néanmoins plus courte que la durée de vie de bâtiment et les fermiers se transmettent souvent les installations de générations en générations. D'un point de vue énergie, ça vaut le coup. D'un point de vue économique, placer 7000$ à 4% d'intérêt pendant 30 ans donne presque 23 000$. Il faudrait que le coût du gaz naturel se vende 1,30$/m^3 en 2050 pour être en mesure de négliger cet aspect au strict plan économique et obtenir une PRI de 30 ans et +.

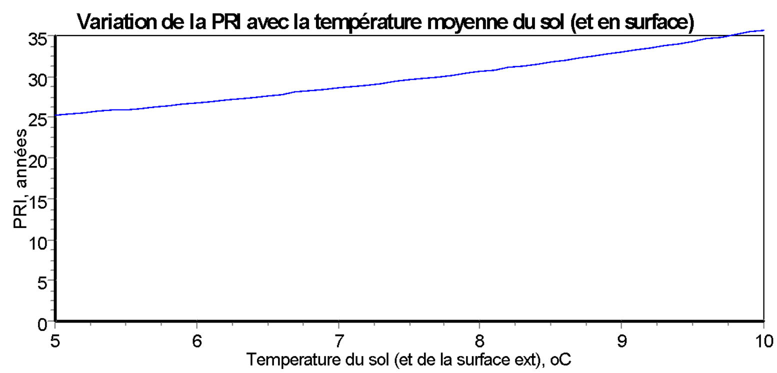
Reste à voir ce qui se passe lorsque la conductivité du sol est plus importante (sol plus compact, plus humide, plus conducteur). Le graphique suivant propose une analyse de sensibilité à la conductivité du sol.



La PRI chute sous les 10 ans dès que la conductivité du sol dépasse 2 W/mK et elle franchit les 5 ans au-delà de 3,4 W/mK. Ce qui veut dire que ce paramètre est d'intérêt, à savoir qu'il influence grandement la viabilité du projet.

On peut aussi se demander si le fermier ne pourrait pas acheter lui-même l'isolant et le poser (ce serait rapide).Mais chez Réno-Dépôt les panneaux à l'unité coûtent 12,59$ chacun et il faudrait plus de 900 pour couvrir la surface de la dalle au sol.

On peut aussi faire varier la température du sol (en remettant la conductivité du sol à 1 W/mK).



On note que ce facteur influence moins la rentabilité économique du projet.

Enfin, on peut se questionner à savoir si les corrélations proposées par Anderson ont été correctement implantée.

La page suivante propose les lignes de code de la partie vérification. D'abord quelques approximations en 2D sont comparées, puis deux corrélations (dont l'équation (20)) sont implantées. On constate lors des calculs que l'implantation est correcte.

```
//Calculation of the Steady-State Heat Transfer Through a Slab-on-Ground Floor
//Ref: Anderson, Building and Environment, Vol. 26, No. 4, pp. 405-415, 1991.
e = 2.718281828                                   //constante e
ct = kS*2/pi
DeltaT = T2i-Tsoil
// 2D approximations, per unit lenght W of the building
q_Anderson_Tcte = ct*LN(2*w/t+1)*W*DeltaT         //Equation 8, uninsulated wall avec T cte sur toute la largeur = Tsurf
q_Anderson_Step =ct*LN(e*w/t+0.5*e)*W*DeltaT      //Equation 12, uninsulated wall avec T cte sur toute la largeur = Tsurf et step
q_Anderson_we = ct*LN(e*w/t+1)*W*DeltaT           //Equation 14, uninsulated wall avec T cte sur toute la largeur = Tsurf
q_Anderson_Wall = ct*LN(4*w/t)*W*DeltaT           //Equation 18, well insulated wall

U_Anderson1 = ct/LX*LN(e*LX/t)                    //Equation 23, well insulated wall
1/LX = 1/W+1/w
q_Anderson1 = U_Anderson1*A*DeltaT
U_Anderson2 = ct/A*(A1+A2+A3+A4)                  //Equation 20, Delsante et al.IJHMT, 26, 121-132, 1983
A1 = W*LN(2*W/t)
A2 = w*LN(2*w/t)
A3 = (W^2+w^2)^(1/2)-W-w-w*LN(((W^2+w^2)^(1/2)+w)/W)
A4 = -W*LN(((W^2+w^2)^(1/2)+W)/w)
R_Anderson = (U_Anderson2*A)^-1
q_Anderson2 = (U_Anderson2)*A*DeltaT
q_Anderson2a = (Tsurf-Tsoil) / (R_Anderson+RD+RI)
R_Ratio_Anderson = R_Anderson/RS
q_Ratio = qtot_withI/q_Anderson2
```