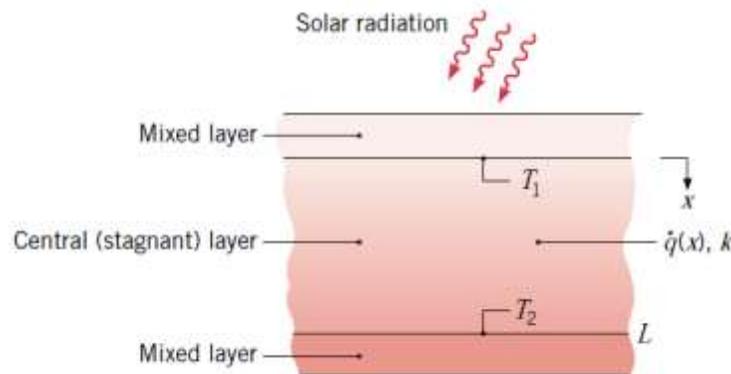


## 2.4 EXERCICES ÉNERGIE THERMIQUE

### Exercice n° 2.4.g : Le bassin solaire

Un bassin solaire à gradient de sel est un plan d'eau peu profond qui se compose de trois couches de fluide distinctes et est utilisé pour collecter l'énergie solaire. Les couches supérieure et inférieure sont bien mélangées et servent à maintenir les surfaces supérieure et inférieure de la couche centrale à des températures uniformes  $T_1$  et  $T_2$ , où  $T_2 > T_1$ . Bien qu'il y ait un mouvement de fluide en vrac dans les couches mélangées, il n'y a pas un tel mouvement dans la couche centrale. Considérons les conditions pour lesquelles l'absorption du rayonnement solaire dans la couche centrale fournit une génération de chaleur non uniforme de la forme  $\dot{q} = Ae^{-ax}$ , et la distribution de température dans la couche centrale est  $T(x) = -\frac{A}{ka^2}e^{-ax} + Bx + C$ .

Les quantités  $A \left(\frac{W}{m^3}\right)$ ,  $a \left(\frac{1}{m}\right)$ ,  $B \left(\frac{K}{m}\right)$  et  $C (K)$  sont des constantes connues ayant les unités prescrites, et  $k$  est la conductivité thermique, qui est également constante.



### QUESTIONS

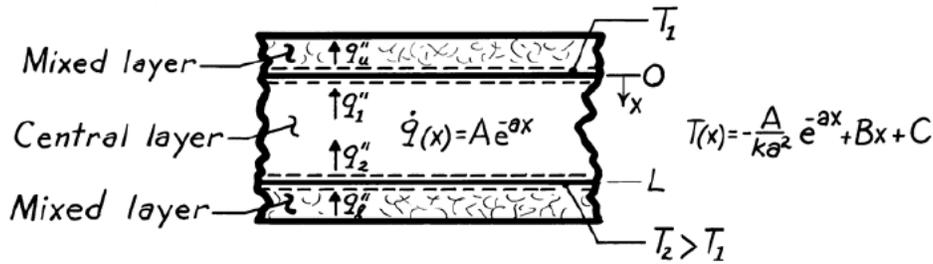
**Question 1 :** Obtenir des expressions pour la vitesse à laquelle la chaleur est transférée par unité de surface de la couche mixte inférieure à la couche centrale et de la couche centrale à la couche mixte supérieure.

**Question 2 :** Déterminez si les conditions sont stables ou transitoires.

**Question 3 :** Obtenir une expression pour la vitesse à laquelle l'énergie thermique est générée dans toute la couche centrale, par unité de surface.

## REPONSES

### Schéma



**Hypothèse :** (1) La couche centrale est stagnante, (2) La conduction est unidimensionnelle, (3) Les propriétés sont constantes

**Question 1 :** Obtenir des expressions pour la vitesse à laquelle la chaleur est transférée par unité de surface de la couche mixte inférieure à la couche centrale et de la couche centrale à la couche mixte supérieure.

Les flux souhaités correspondent aux flux de conduction dans la couche centrale aux surfaces inférieure et supérieure. Une forme générale pour le flux de conduction est :

$$q''_{cond} = -k \frac{\partial T}{\partial x} = -k \left[ \frac{A}{ka} e^{-ax} + B \right]$$

Donc,

$$q''_1 = q''_{cond}(x = L) = -k \left[ \frac{A}{ka} e^{-aL} + B \right] \text{ et } q''_u = q''_{cond}(x = 0) = -k \left[ \frac{A}{ka} + B \right]$$

**Question 2 :** Déterminez si les conditions sont stables ou transitoires.

Les conditions sont stables si  $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$ . En appliquant l'équation de la chaleur,

$$\frac{\partial T^2}{\partial x^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \text{ soit } -\frac{A}{ka} e^{-ax} + \frac{A}{ka} e^{-ax} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

Les conditions sont donc stables puisque  $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$  pour tout  $0 \leq x \leq L$

**Question 3 :** Obtenir une expression pour la vitesse à laquelle l'énergie thermique est générée dans toute la couche centrale, par unité de surface.

Pour la couche centrale, la production d'énergie est :

$$\dot{E}''_g = \int_0^L \dot{q} dx = A \int_0^L e^{-ax} dx$$

$$\dot{E}''_g = -\frac{A}{a} e^{-ax} \Big|_0^L = -\frac{A}{a} (e^{-aL} - 1) = \frac{A}{a} (1 - e^{-aL})$$

Alternativement, à partir d'un bilan énergétique global,

$$q''_2 - q''_1 + \dot{E}''_g = 0$$

$$\dot{E}''_g = q''_1 - q''_2 = (-q''_{cond}(x=0)) - (-q''_{cond}(x=L))$$

$$\dot{E}_g = k \left[ \frac{A}{ka} + B \right] - k \left[ \frac{A}{ka} e^{-aL} + B \right] = \frac{A}{a} (1 - e^{-aL})$$

**Commentaires :** La conduction est dans la direction  $x$  négative, ce qui nécessite l'utilisation de signes moins dans le bilan énergétique ci-dessus.