PHY332 Électricité et magnétisme

Vous ne vous rappelez plus trop de votre cours de mécanique (ING150/CTN258/MEC222) ? Il se peut que quelques sessions se soient passées depuis….

Voici les quelques notions de ces cours utiles pour le cours PHY332 :

1. FORCE

a) **Force $\vec{\mathbf{F}}$** : action d'un objet sur un autre objet.

Les forces sont des **vecteurs.** Pour additionner des vecteurs, il est très pratique de les décomposer en composantes en *x, y, z*.

b) **2ème Loi de Newton** : $\boxed{\sum \vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}}$

Les forces $\vec{\mathbf{F}}$ sont les forces **externes** appliquées **sur** l'objet. L'accélération $\vec{\mathbf{a}}$ est un vecteur. Il s'agit, plus précisément, de l'accélération du centre de masse de l'objet.

c) **3ème loi de Newton :**

Si un objet A exerce une force sur un objet B, alors l'objet B exerce sur l'objet A une force de même grandeur, de même direction et de sens opposé.

d) **Équilibre en translation :**

Un objet est en équilibre lorsque $\boxed{\sum \vec{\mathrm{F}} = 0}$

2. MOMENT D'UNE FORCE OU D'UN COUPLE

a) **Le moment $\vec{\mathbf{M}}$ d'une force :** mesure de l'efficacité d'une force à faire tourner un objet.

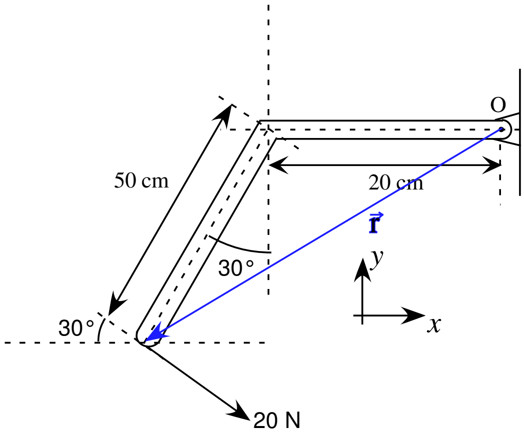
Moment d'une force par rapport à un point O :

On peut le calculer à l'aide d'un produit vectoriel (commande « crossp » sur votre calculatrice)

$$\vec{\mathbf{M}}_0 = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}}$$

ou encore en multipliant des forces et des distances mutuellement perpendiculaires (méthodes des « bras de levier »).

Exemple :



$$\vec{\mathbf{M}}_0 = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}} = (-(0{,}2\text{m} + 0{,}5\text{m}\sin(30°))\vec{\mathbf{i}} - 0{,}5\text{m}\cos(30°))\vec{\mathbf{j}}$$
$$\times\ (20\text{ N}\cos(30°)\vec{\mathbf{i}} - (20\text{N}\sin(30°)\vec{\mathbf{j}} = 12\text{ Nm}\,\vec{\mathbf{k}}$$

ou

$$\vec{\mathbf{M}}_0 = ((0{,}2\text{m} + 0{,}5\text{m}\sin(30°))(20\text{N}\sin(30°))(\vec{\mathbf{k}})$$
$$+\ (0{,}5\text{m}\cos(30°))(20\text{ N}\cos(30°))(\vec{\mathbf{k}}) = 12\text{ Nm}\,\vec{\mathbf{k}}$$

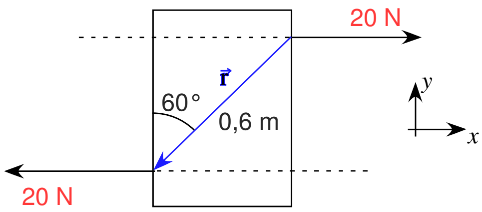
le moment étant dirigé vers les $z+$, la force a tendance à faire tourner l'objet dans le sens anti-horaire (règle de la main droite).

b) **Couple :**

il s'agit de 2 forces de grandeurs et directions égales, mais de sens opposé. Un couple n'a pas d'influence en translation (la somme des 2 forces est nulle) mais il a une tendance à faire tourner (le moment de ce couple). Un moteur électrique, par exemple, exerce un couple sur l'objet qui lui est relié.

Pour calculer le moment d'un couple, on procède sensiblement comme pour le moment d'une force.

Exemple :



Le moment de ce couple est :

$$\vec{\mathbf{M}}_{\text{couple}} = \vec{\boldsymbol{\tau}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}} = (-0{,}6\text{m}\sin(60°)\vec{\mathbf{i}} - 0{,}6\text{m}\cos(60°)\vec{\mathbf{j}}) \times -20\text{N}\vec{\mathbf{i}} = -6\text{ Nm}\,\vec{\mathbf{k}}$$

ou encore (le bras de levier du couple étant 0,6m cos(60°)) :

$$\vec{\boldsymbol{\tau}} = (0{,}6\text{m}\cos(60°))(20\text{N})(-\vec{\mathbf{k}}) = -6\text{ Nm}\,\vec{\mathbf{k}}$$

c) **Équilibre en rotation :**

Un objet est en équilibre de rotation lorsque $\boxed{\sum \vec{\mathbf{M}}_{\mathbf{O}} = 0}$

La somme des moments par rapport à un point quelconque est alors nulle.

3. CINÉMATIQUE (POSITION, VITESSE, ACCÉLÉRATION)

En général, la position, la vitesse $\vec{\mathbf{v}}$ et l'accélération $\vec{\mathbf{a}}$ sont des vecteurs avec possiblement plusieurs composantes.

a) **Mouvement rectiligne :**

Si le mouvement est rectiligne, la position, la vitesse et l'accélération sont représentées par une seule composante en « *x* ».

Position : x

Vitesse : $v = \dfrac{dx}{dt}$

Accélération : $a = \dfrac{dv}{dt}$

Si l'accélération a est constante :

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$x = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2} a t^2$$

$$v = v_0 + at$$

b) **Projectile :**

Le mouvement d'un projectile, sans résistance de l'air, est caractérisé par une accélération constante. Si l'axe des y est vers le haut (la force gravitationnelle étant vers le bas), $a_x = 0$ et $a_y = -9{,}81$ m/s^2. Alors :

$$x = x_0 + v_{0x} t$$

$$v_x = v_{0x}$$

$$v_y^{\ 2} = v_{0y}^2 + 2a_y(y - y_0)$$

$$y = y_0 + v_{0y} t + \tfrac{1}{2} a_y t^2$$

$$v_y = v_{0y} + a_y t$$

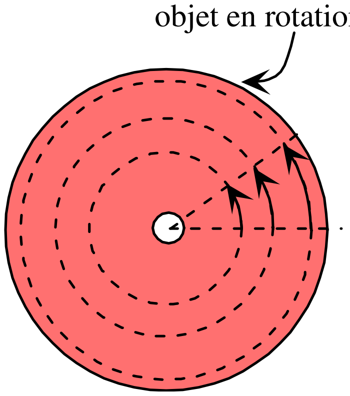
c) **Mouvement circulaire :**

Dans ce cas, il est pratique de décomposer l'accélération en 2 composantes :

Accélération tangentielle (dans le sens du mouvement) : $a_t = \dfrac{dv}{dt}$

Accélération centripète (vers le centre du cercle de rayon R) : $a_c = \dfrac{v^2}{R}$

d) **Rotation :**



Lorsqu'un objet est en rotation, un point de cet objet décrit un cercle de rayon R (le rayon R est différent pour différents points).
La vitesse de ce point peut se calculer par

$$v = \omega R$$

où ω : vitesse angulaire de l'objet (rad/s).

4. TRAVAIL, ÉNERGIE, PUISSANCE

a) Travail

Le travail d'une force entre une situation « 1 » et une situation « 2 » est défini comme

$$W_{12} = \int_1^2 \vec{\mathbf{F}} \cdot \mathbf{d}\vec{\mathbf{s}}$$

Ici $\vec{\mathbf{F}} \cdot \mathbf{d}\vec{\mathbf{s}}$ est le produit scalaire (commande « dotp » sur votre calculatrice) entre la force et un petit déplacement $\mathbf{d}\vec{\mathbf{s}}$. Une force perpendiculaire au déplacement, par exemple, n'exerce pas de travail.

L'unité du travail et de l'énergie est le joule (J).

b) Énergie potentielle

Par exemple, le travail de la force gravitationnelle, calculé de cette façon, est :

$$W_{12(mg)} = -mg(y_2 - y_1)$$

On voit que le travail de la force gravitationnelle est une soustraction de 2 termes qui ne dépendent que de la position. Chacun de ces termes est appelé ***énergie potentielle***.

Énergie potentielle gravitationnelle :

$$U_g = mgy$$

Et alors :

$$W_{12(mg)} = U_{g1} - U_{g2}$$

c) Énergie cinétique

Quand une particule est soumise à plusieurs forces, on peut montrer (à l'aide de la deuxième loi de Newton) que :

$$W_{12(total)} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

Le terme $\frac{1}{2}mv^2$ est appelé ***énergie cinétique***.

Énergie cinétique : $K = \frac{1}{2}mv^2$

d) Puissance

La puissance est le taux d'application du travail.

$$P = \frac{dW}{dt}$$

ou encore :

$$P = \vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{\mathbf{d}\vec{\mathbf{s}}}{dt} = \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{v}}$$

Lors d'une rotation, la puissance transmise par un **couple** est

$$P = \tau\omega$$