Dérivation (linéarité, règles du produit, du quotient et des fonctions composées)

Si c et d sont des constantes, si u et v sont des fonctions de la variable x, alors

1. $(c\,u + d\,v)' = c\,u' + d\,v'$
2. $(u\,v)' = u'\,v + u\,v'$
3. $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'\,v - u\,v'}{v^2}$
4. $\Big(v\big(u(x)\big)\Big)' = v'\big(u(x)\big)\,u'(x)$

La règle 4 s'écrit aussi sous la forme $\frac{dv}{dx} = \frac{dv}{du}\frac{du}{dx}$. Pour une équation implicite $f(x, y) = 0$, on pourra utiliser la formule qui fait appel à des dérivées partielles : $\frac{dy}{dx} = -\frac{\partial f/\partial x}{\partial f/\partial y}$. Ou bien dériver par rapport à x en n'oubliant pas que y dépend de x.

Formules de dérivation

Si u est une fonction de x, si c et a sont des constantes, alors les dérivées par rapport à x sont données par les formules suivantes. La dérivée d'une constante est évidemment 0 puisque la dérivée donne la pente de la droite tangente à la courbe : $c' = 0$.

1. $(u^n)' = n\,u^{n-1}\,u' \quad \Rightarrow \quad (x^n)' = n\,x^{n-1}$
2. $(e^u)' = e^u\,u' \quad \Rightarrow \quad (e^{a\,x})' = a\,e^{a\,x}$
3. $(\ln(u))' = \dfrac{u'}{u} \quad \Rightarrow \quad (\ln(a\,x))' = \dfrac{1}{x}$
4. $(\sin(u))' = \cos(u)\,u' \quad \Rightarrow \quad (\sin(a\,x))' = a\cos(a\,x)$
5. $(\cos(u))' = -\sin(u)\,u' \quad \Rightarrow \quad (\cos(a\,x))' = -a\sin(a\,x)$
6. $(\tan(u))' = \sec^2(u)\,u' \quad \Rightarrow \quad (\tan(a\,x))' = a\sec^2(a\,x)$
7. $(\arcsin(u))' = \dfrac{u'}{\sqrt{1-u^2}} \quad \Rightarrow \quad (\arcsin(a\,x))' = \dfrac{a}{\sqrt{1-a^2x^2}}$
8. $(\arctan(u))' = \dfrac{u'}{1+u^2} \quad \Rightarrow \quad (\arctan(a\,x))' = \dfrac{a}{1+a^2x^2}$

Intégration (linéarité, intégration par parties, Théorème Fondamental du Calcul)

Dans ce qui suit, f et g désignent des fonctions, F désigne une primitive de f (donc $F' = f$). Les lettres u et x désignent des variables tandis que a, b, k, C et D désignent des constantes.

1. $\displaystyle\int k\,f(u)\,du = k\int f(u)\,du$
2. $\displaystyle\int \big(f(u) \pm g(u)\big)\,du = \int f(u)\,du \pm \int g(u)\,du$
3. $\displaystyle\int f(u)\,g'(u)\,du = f(u)\,g(u) - \int f'(u)\,g(u)\,du$
4. $\displaystyle\int_a^b f(u)\,du = F(b) - F(a)$ (TFC)

Formules d'intégration

1. $\displaystyle\int u^n\,du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C \ (n \neq -1) \quad \Rightarrow \quad \int (a\,x+b)^n\,dx = \frac{(a\,x+b)^{n+1}}{a\,(n+1)} + C \ (n \neq -1)$
2. $\displaystyle\int \frac{1}{u}\,du = \ln(u) + C \quad \Rightarrow \quad \int \frac{1}{a\,x+b}\,dx = \frac{1}{a}\ln(a\,x+b) + C$
3. $\displaystyle\int e^u\,du = e^u + C \quad \Rightarrow \quad \int e^{a\,x+b}\,dx = \frac{e^{a\,x+b}}{a} + C$
4. $\displaystyle\int \sin(u)\,du = -\cos(u) + C \quad \Rightarrow \quad \int \sin(a\,x+b)\,dx = \frac{-\cos(a\,x+b)}{a} + C$
5. $\displaystyle\int \cos(u)\,du = \sin(u) + C \quad \Rightarrow \quad \int \cos(a\,x+b)\,dx = \frac{\sin(a\,x+b)}{a} + C$
6. $\displaystyle\int \frac{1}{a^2+u^2}\,du = \frac{1}{a}\arctan\left(\frac{u}{a}\right) + C$
7. $\displaystyle\int \frac{1}{a^2-u^2}\,du = \frac{1}{a}\operatorname{arctanh}\left(\frac{u}{a}\right) + C = \frac{1}{2a}\ln\left(\frac{a+u}{a-u}\right) + D$