Plusieurs des formules suivantes possèdent des restrictions dont nous avons volontairement omis le domaine afin de ne pas alourdir le texte.

Opérations arithmétiques

$$a\,(b+c) = a\,b + a\,c \qquad \frac{a}{b}+\frac{c}{d} = \frac{a\,d+bc}{b\,d}$$

$$\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c}+\frac{b}{c} \qquad \frac{a/b}{c/d} = \frac{a}{b}\times\frac{d}{c} = \frac{a\,d}{b\,c}$$

Propriétés des exposants et des radicaux

$$a^m a^n = a^{m+n} \qquad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a\,b)^n = a^n\,b^n \qquad \left(a^m\right)^n = a^{mn}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} \qquad \sqrt[n]{a\,b} = \sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = a^{\frac{m}{n}} \qquad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Factorisations et développements

$$\left(a^2-b^2\right) = (a-b)(a+b)$$

$$\left(a^3-b^3\right) = (a-b)\left(a^2+a\,b+b^2\right)$$

$$\left(a^3+b^3\right) = (a+b)\left(a^2-a\,b+b^2\right)$$

$$(a+b)^2 = a^2+2a\,b+b^2 \qquad (a-b)^2 = a^2-2a\,b+b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3+3a^2\,b+3a\,b^2+b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3-3a^2\,b+3a\,b^2-b^3$$

$$(a+b)^4 = a^4+4a^3\,b+6a^2\,b^2+4a\,b^3+b^4$$

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}a^{n-k}b^k \text{ où } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

$$(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)\,x+a\,b$$

$$x^2+A\,x = \left(x+\frac{A}{2}\right)^2-\frac{A^2}{4} \text{ (complétion de carré)}$$

Équation quadratique

Si $a\,x^2+b\,x+c=0$ avec $a\neq 0$ alors

$$x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4a\,c}}{2a}$$

On obtient des solutions réelles ou complexes selon la valeur du discriminant $\Delta = b^2-4a\,c$

Inégalités et valeur absolue

$$a<b \quad\Rightarrow\quad a+c<b+c$$

$$a<b \text{ et } c>0 \quad\Rightarrow\quad a\,c<b\,c$$

$$a<b \text{ et } c<0 \quad\Rightarrow\quad a\,c>b\,c$$

Si X représente une variable ou une expression et $b>0$

$$|X| = b \quad\Longleftrightarrow\quad X=b \text{ ou } X=-b$$

$$|X| < b \quad\Longleftrightarrow\quad -b<X<b$$

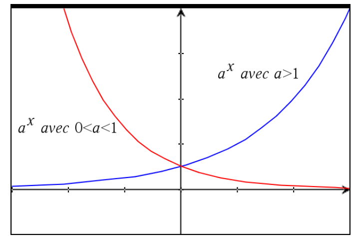
$$|X| > b \quad\Longleftrightarrow\quad X>b \text{ ou } X<-b$$

Logarithmes et fonctions exponentielles

Fonction exponentielle $y = a^x$

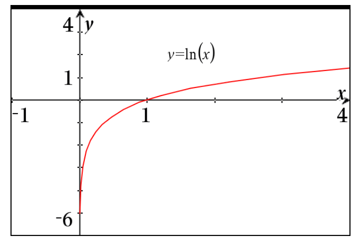
$a>1 \quad\Rightarrow\quad$ croissance

$0<a<1 \quad\Rightarrow\quad$ décroissance



$$y = \log_a(x) \quad\Longleftrightarrow\quad a^y = x$$

$$y = \ln(x) \quad\Longleftrightarrow\quad e^y = x$$



En général on utilise la base $e \approx 2,71828\ldots$, et donc le log naturel ln. Cela permet de définir

$$z^c = e^{c\ln(z)}$$

Les propriétés suivantes sont autant valables pour $\log_a(x)$ que pour $\ln(x)$.

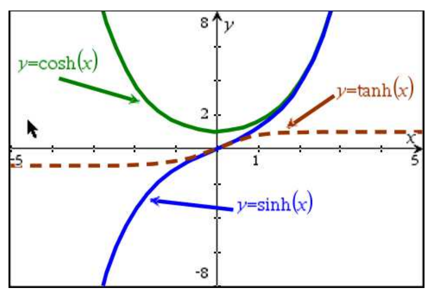
$$\ln(1) = 0 \qquad \ln(e) = 1 \qquad \ln(e^m) = m \qquad e^{\ln(m)} = m$$

$$\ln(m\,n) = \ln(m)+\ln(n) \qquad \ln\left(\frac{m}{n}\right) = \ln(m)-\ln(n)$$

$$\ln\left(m^p\right) = p\,\ln(m) \qquad \log_b(u) = \frac{\ln(u)}{\ln(b)}$$

Fonctions hyperboliques

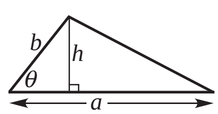
$$\sinh(x) = \frac{e^x-e^{-x}}{2} \qquad \cosh(x) = \frac{e^x+e^{-x}}{2} \qquad \tanh(x) = \frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$$



Figures classiques 2D et 3D, (aire A, circonférence C, volume V)

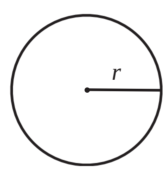
Triangle

$$A = \tfrac{1}{2}a\,h = \tfrac{1}{2}a\,b\,\sin(\theta)$$



Cercle

$$A = \pi r^2 \qquad C = 2\pi r$$

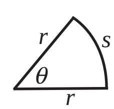


Secteur circulaire

$$A = \tfrac{1}{2}r^2\theta$$

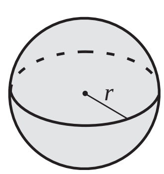
$$s = r\,\theta$$

(θ en radians)



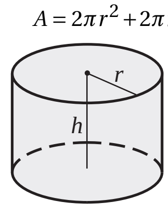
Sphère

$$V = \tfrac{4}{3}\pi r^3 \qquad A = 4\pi r^2$$



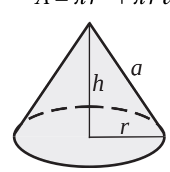
Cylindre

$$V = \pi r^2 h \qquad A = 2\pi r^2+2\pi r\,h$$



Cône

$$V = \tfrac{1}{3}\pi r^2 h \qquad A = \pi r^2+\pi r\,a$$



Géométrie dans le plan cartésien

Considérons 2 points, $P_1(x_1; y_1)$ et $P_2(x_2; y_2)$

Distance entre P_1 et P_2 : $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Point milieu de $\overline{P_1P_2}$ est $\left(\dfrac{x_1 + x_2}{2}; \dfrac{y_1 + y_2}{2}\right)$

Droite passant par P_1 et P_2 :

La pente est $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Équation : $y = m\,x + b$ ou $y - y_1 = m\,(x - x_1)$

(où b est l'ordonnée à l'origine)

Cercle de rayon r centré en $(a; b)$

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

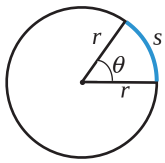
Trigonométrie

Mesure des angles

π radians $= 180°$

$1° = \dfrac{\pi}{180}$ radians et 1 rad $= \dfrac{180°}{\pi}$

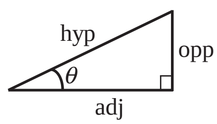
$s = r\,\theta$ où θ est en radians



Triangle rectangle et trigo

$\sin(\theta) = \dfrac{\text{opp}}{\text{hyp}}$ $\quad \cos(\theta) = \dfrac{\text{adj}}{\text{hyp}}$

$\tan(\theta) = \dfrac{\text{opp}}{\text{adj}}$

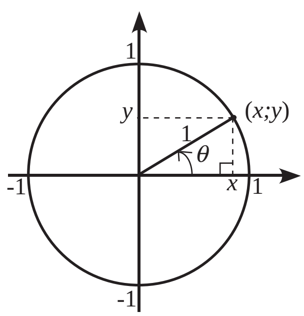


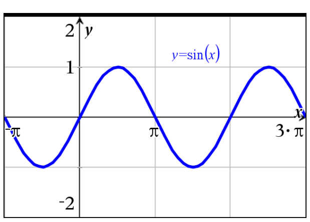
Fonctions trigonométriques

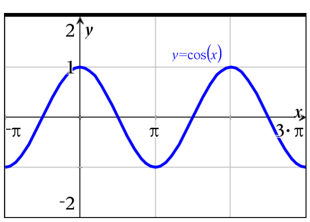
$\sin(\theta) = y$

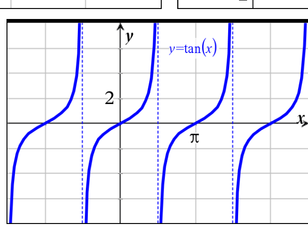
$\cos(\theta) = x$

$\tan(\theta) = \dfrac{y}{x}$









Fonctions trigonométriques, valeurs principales

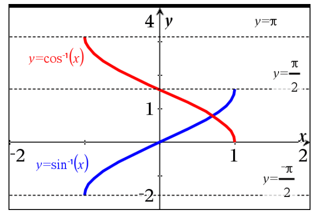
θ	θ en radians	$\sin(\theta)$	$\cos(\theta)$	$\tan(\theta)$
0°	0	0	1	0
30°	$\pi/6$	$1/2$	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/3$
45°	$\pi/4$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1
60°	$\pi/3$	$\sqrt{3}/2$	$1/2$	$\sqrt{3}$
90°	$\pi/2$	1	0	$\nexists$

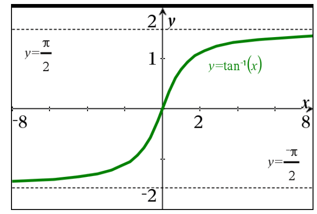
Fonctions trigonométriques réciproques

$y = \sin(x) \iff \arcsin(y) = x \quad -\dfrac{\pi}{2} \le x \le \dfrac{\pi}{2}$ et $-1 \le y \le 1$

$y = \cos(x) \iff \arccos(y) = x \quad 0 \le x \le \pi$ et $-1 \le y \le 1$

$y = \tan(x) \iff \arctan(y) = x \quad -\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2}$ et $-\infty < y < \infty$





Identités trigonométriques de base

$\csc(\theta) = \dfrac{1}{\sin(\theta)}$ $\qquad \sec(\theta) = \dfrac{1}{\cos(\theta)}$

$\tan(\theta) = \dfrac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$ $\qquad \cot(\theta) = \dfrac{\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \dfrac{1}{\tan(\theta)}$

$\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$ $\qquad 1 + \tan^2(\theta) = \sec^2(\theta)$

$\sin(-\theta) = -\sin(\theta)$ $\qquad \sin(x)$ est une fonction impaire

$\cos(-\theta) = \cos(\theta)$ $\qquad \cos(x)$ est une fonction paire

$\tan(-\theta) = -\tan(\theta)$ $\qquad \tan(x)$ est une fonction impaire

$\sin\left(\theta + \dfrac{\pi}{2}\right) = \cos(\theta)$ $\qquad \sin\left(\theta - \dfrac{\pi}{2}\right) = -\cos(\theta)$

$\cos\left(\theta - \dfrac{\pi}{2}\right) = \sin(\theta)$ $\qquad \tan\left(\theta - \dfrac{\pi}{2}\right) = \dfrac{-1}{\tan(\theta)} = -\cot(\theta)$

Autres identités trigonométriques

$\sin(u + v) = \sin(u)\cos(v) + \cos(u)\sin(v)$

$\sin(u - v) = \sin(u)\cos(v) - \cos(u)\sin(v)$

$\cos(u + v) = \cos(u)\cos(v) - \sin(u)\sin(v)$

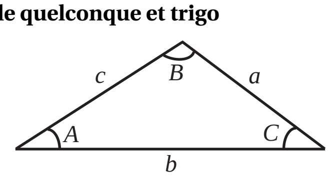
$\cos(u - v) = \cos(u)\cos(v) + \sin(u)\sin(v)$

$\sin(2u) = 2\sin(u)\cos(u)$

$\cos(2u) = \cos^2(u) - \sin^2(u)$

$\sin^2(u) = \dfrac{1 - \cos(2u)}{2}$ $\qquad \cos^2(u) = \dfrac{1 + \cos(2u)}{2}$

Triangle quelconque et trigo



Loi des sinus : $\dfrac{\sin(A)}{a} = \dfrac{\sin(B)}{b} = \dfrac{\sin(C)}{c}$

Lois des cosinus : $a^2 = b^2 + c^2 - 2\,b\,c\cos(A)$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2\,a\,c\cos(B)$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2\,a\,b\cos(C)$