

## 2.4 EXERCICES ÉNERGIE THERMIQUE

### Exercice n° 2.4.o : Hypothermie

Le rapport ABC Evening News Report dans un segment d'information sur les études de recherche sur l'hypothermie à l'Université du Minnesota a affirmé que la perte de chaleur du corps est 30 fois plus rapide dans de l'eau à 10°C que dans l'air à la même température.

### QUESTIONS

**Question 1 :** Est-ce une déclaration réaliste ?

**Propriétés de l'air ( $\bar{T} = (25 + 10)^\circ\text{C}/2 = 290\text{K}$ , 1 atm) :**

- $\nu = 19,91 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$  ;
- $k = 0,0293 \frac{\text{W}}{\text{m.K}}$  ;
- $\alpha = 28,4 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$ .

**Propriétés de l'eau (290 K) :**

- $k = 0,0598 \frac{\text{W}}{\text{m.K}}$  ;
- $\nu = \mu v_f = 1,081 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$  ;
- $\alpha = k v_f / C_p = 1,431 \times 10^{-7} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$  ;
- $\beta_f = 174 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$ .

## REPONSES

**Question 1 :** Est-ce une déclaration réaliste ?

**Hypothèses :** (1) La personne peut être approximée comme un cylindre vertical de diamètre  $D = 0,3 \text{ m}$  et de longueur  $L = 1,8 \text{ m}$ , à  $25^\circ \text{ C}$ , (2) La perte provient uniquement de la surface latérale.

Dans l'eau (wa) et l'air (a), la perte de chaleur de la surface latérale du cylindre se rapprochant du corps est :

$$q = \bar{h}\pi DL(T_s - T_\infty)$$

Où  $T_s$  et  $T_\infty$  sont les mêmes pour les deux situations. Par conséquent,

$$\frac{q_{wa}}{q_a} = \frac{\bar{h}_{wa}}{\bar{h}_a}$$

Cylindre vertical dans l'air :

$$Ra_L = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu\alpha} = \frac{9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \left(\frac{1}{290 \text{ K}}\right) (25 - 10) \text{ K} (1,8 \text{ m})^3}{19,91 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \times 28,4 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} = 5,228 \times 10^9$$

En prenant  $C = 0,1$  et  $n = \frac{1}{3}$ ,

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}_L L}{k} = CRa_L^n = 0,1(5,228 \times 10^9)^{\frac{1}{3}} = 173,4 \quad \bar{h}_L = 2,82 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

Cylindre vertical dans l'eau :

$$Ra_L = \frac{9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 174 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1} (25 - 10) \text{ K} (1,8 \text{ m})^3}{1,081 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \times 1,431 \times 10^{-7} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} = 9,643 \times 10^{11}$$

En prenant  $C = 0,1$  et  $n = \frac{1}{3}$ ,

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}_L L}{k} = CRa_L^n = 0,1(9,643 \times 10^{11})^{\frac{1}{3}} = 978,9 \quad \bar{h}_L = 328 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

Par conséquent, à partir de cette analyse, nous trouvons :

$$\frac{q_{wa}}{q_a} = \frac{328 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}}{2,8 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}} = 117$$

Cette valeur se compare mal à la revendication de 30.

**Commentaire :** Dans l'air, le rayonnement contribuerait de manière significative à la perte de chaleur. En supposant  $\varepsilon = 1$ ,  $h_{rad} = \sigma\varepsilon(T_s^4 + T_{sur}^4)/(T_s + T_{sur}) = 5,6 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$ . Donc,  $h_{a,tot} = \bar{h}_a + h_{rad} = 8,4 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$  et  $\frac{q_{wa}}{q_a} = \frac{328}{8,4} = 39$ . C'est beaucoup plus proche de la revendication de 30 fois