

11.0 EXERCICES ÉNERGIE SOLAIRE

Exercice n° 11.4.j : La maison solaire passive

Une maison (figure 1) faisant face au sud possède un mur sud de hauteur, H_m , une toiture faisant un angle, ε° , avec l'horizontale et des fenêtres de hauteur, H_f , en façade (Figure 1). Les fenêtres sont situées à partir d'une hauteur, H_s , du sol. Cette maison est située dans l'hémisphère nord à φ° de latitude.

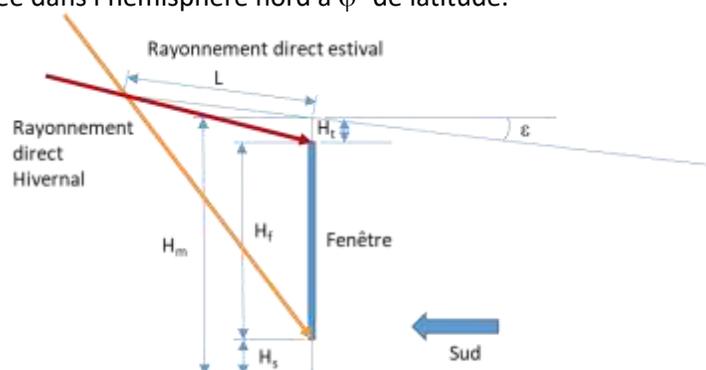


Figure 1 : Schématisation de la maison solaire passive avec les deux orientations critiques du rayonnement direct.

QUESTIONS

Question 1 : On désire obtenir un surplomb de longueur, L , de la toiture qui permette un ensoleillement en hiver. Dans un cas extrême, le soleil direct du jour du solstice d'hiver à midi solaire doit pénétrer dans la maison sur toute la hauteur de la fenêtre. Le rayonnement direct hivernal est représenté par la flèche oblique rouge (Figure 1). Quelle doit être la longueur du surplomb L qui permet de laisser passer tout le soleil le jour du solstice d'hiver à midi solaire, obtenez une expression analytique en termes des angles solaires appropriés, ε , et des hauteurs appropriées, H_m , H_f , H_t , et/ou H_s ?

Question 2 : On désire aussi obtenir un surplomb de longueur, L , de la toiture qui permette aucun ensoleillement en été à un moment précis de l'été. De cette manière le soleil direct de certains jours d'été ne doit pas pénétrer dans la maison, donc ne peut impacter la maison sur toute la hauteur de la fenêtre. Le rayonnement direct estival est représenté par la flèche oblique orange (Figure 1). Quelle doit être la longueur du surplomb L qui permet de bloquer tout le soleil le jour du solstice d'été à midi solaire, obtenez une expression analytique en termes des angles solaires appropriés, ε , et des hauteurs appropriées, H_m , H_f , H_t , et/ou H_s ?

Question 3 : Pour ces deux cas extrêmes, trouvez L (en centimètres) si $\varphi = 45^\circ$, $\varepsilon = 5^\circ$, $H_m = 3,20\text{m}$, $H_f = 2,00\text{m}$.

Question 4 : Il fait très froid en hiver au Québec jusqu'au 22 février environ. Ainsi, on désire faire pénétrer le soleil direct du jour jusqu'à cette date à midi : il doit pénétrer dans la maison sur toute la hauteur de la fenêtre. Le rayonnement direct hivernal est représenté par la flèche oblique rouge (Figure 1). Par ailleurs, les étés à Montréal sont chauds et le maximum de chaleur est généralement décalé de plusieurs jours après le solstice d'été. Quelle doit être la nouvelle longueur du surplomb L qui permet de bloquer totalement le soleil jusqu'au 15 août à midi solaire mais qui permet de laisser passer tout le soleil jusqu'au 22 février à midi solaire? $\varphi = 45^\circ$, $\varepsilon = 5^\circ$, $H_m = 3,20\text{m}$, $H_f = 2,00\text{m}$.

Question 5 : Faites une étude paramétrique pour déterminer les dimensions idéales ε , L , H_f de manière à bloquer totalement le soleil le 15 août à midi solaire mais qui permettent de laisser passer tout le soleil le jour du 22 octobre à midi solaire au 22 février à midi solaire? (Présentez un, deux ou trois graphiques pertinents)

Question 6 : Discutez vos résultats

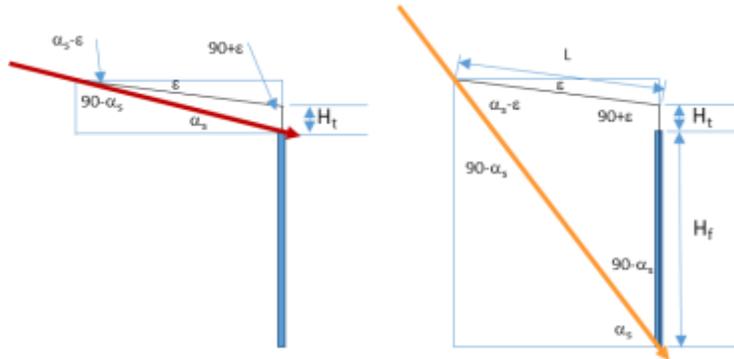
REPONSES

Loi des sinus

Dans un triangle ABC, dont les côtés sont de longueur a, b, c, et les angles opposés sont respectivement, α , β , γ , nous avons

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$

Géométries



Question 1 : On désire obtenir un surplomb de longueur, L , de la toiture qui permette un ensoleillement en hiver. Dans un cas extrême, le soleil direct du jour du solstice d’hiver à midi solaire doit pénétrer dans la maison sur toute la hauteur de la fenêtre. Le rayonnement direct hivernal est représenté par la flèche oblique rouge (Figure 1). Quelle doit être la longueur du surplomb L qui permet de laisser passer tout le soleil le jour du solstice d’hiver à midi solaire, obtenez une expression analytique en termes des angles solaires appropriés, ϵ , et des hauteurs appropriées, H_m , H_f , H_t , et/ou H_s ?

Pleine lumière en hiver (gauche) – Question A

On applique la loi des sinus au triangle formé par le débord de toit, L , la hauteur H_t , et le segment rouge qui part du bout du toit au bout de la flèche, au sommet de la fenêtre. On utilise les deux termes qui font intervenir, L et H_t et on isole L . L’angle opposé à L est $90 - \alpha_s$ alors que celui opposé à H_t est $\alpha_s - \epsilon$

$$L = H_t \times \frac{\sin(90 - \alpha_{\text{hiver}})}{\sin(\alpha_{\text{hiver}} - \epsilon)}$$

Question 2 : On désire aussi obtenir un surplomb de longueur, L , de la toiture qui permette aucun ensoleillement en été à un moment précis de l’été. De cette manière le soleil direct de certains jours d’été ne doit pas pénétrer dans la maison, donc ne peut impacter la maison sur toute la hauteur de la fenêtre. Le rayonnement direct estival est représenté par la flèche oblique orange (Figure 1). Quelle doit être la longueur du surplomb L qui permet de bloquer tout le soleil le jour du solstice d’été à midi solaire, obtenez une expression analytique en termes des angles solaires appropriés, ϵ , et des hauteurs appropriées, H_m , H_f , H_t , et/ou H_s ?

Plein blocage en été (droite) – Question B

On recommence sensiblement de la même manière pour l’été

$$L = (H_t + H_f) \times \frac{\sin(90 - \alpha_{\text{été}})}{\sin(\alpha_{\text{été}} - \epsilon)}$$

On obtient deux équations avec deux inconnues, L et H_t (ou H_s) si on fixe la hauteur de la fenêtre. On exprime ici en termes de H_t .

Donc, en égalant les deux longueurs pour que les deux conditions soient remplies, on isole pour Ht.

$$(H_t + H_f) \times \frac{\sin(90 - \alpha_{\text{été}})}{\sin(\alpha_{\text{été}} - \varepsilon)} = H_t \times \frac{\sin(90 - \alpha_{\text{hiver}})}{\sin(\alpha_{\text{hiver}} - \varepsilon)}$$

Aussi,

$$(H_t + H_f) \times R_{\text{été}} = H_t \times R_{\text{hiver}}$$

Enfin,

$$H_t = H_f \frac{R_{\text{été}}}{R_{\text{hiver}} - R_{\text{été}}}$$

Pour obtenir un résultat, il faut évaluer la hauteur solaire au jour et à l'heure indiquée

Question 3 : Pour ces deux cas extrêmes, trouvez L (en centimètres) si $\varphi = 45^\circ$, $\varepsilon = 5^\circ$, $H_m = 3,20\text{m}$, $H_f = 2,00\text{m}$.

Un premier design pour les solstices - Question C

Dès que la hauteur solaire est supérieure à la limite, une partie de la fenêtre est à l'ombre. Dans les résultats pour le solstice d'hiver, si on veut faire entrer la lumière à midi le jour du solstice d'hiver, il faut un $ht = 29\text{ cm}$. Les jours suivants et précédents, une partie du toit bloquera le soleil. Si on ne veut pas que le soleil entre le jour du solstice d'été, il faut que Hs soit de 91 cm. Dans les deux cas, on a un débord de toit de 94 cm.

Solstice hiver et été

L	0,94		
Ht	0,29 m	Ht/Sin(alphas-eps) = L/Sin(90-alphas)	
Hf	2,0 m	3,2 possible pour les cas extrêmes	
Hm	3,2 m		
Hs	0,91 m		
eps	5 degré		
alphas	59,30051654 degré	21,55 degrés lors du solstice à midi (hiver)	
alphas, hiver	21,55 degré	68,45 degrés lors du solstice à midi (été)	
alphas, été	68,45 degré		
SIN(90-alphas, hiver)	0,930097374	59,30 15 août à midi	
SIN(90-alphas,été)	0,367313024	59,52 30 avril à midi	
SIN(alphas, hiver-eps)	0,28485196		
SIN(alphas, été-eps)	0,894544631	34,22 22 oct à midi	
Ratio, hiver	3,265195627	34,51 22 fev à midi	
Ratio, été	0,41061453		

Question 4 : Il fait très froid en hiver au Québec jusqu'au 22 février environ. Ainsi, on désire faire pénétrer le soleil direct du jour jusqu'à cette date à midi : il doit pénétrer dans la maison sur toute la hauteur de la fenêtre. Le rayonnement direct hivernal est représenté par la flèche oblique rouge (Figure 1). Par ailleurs, les étés à Montréal sont chauds et le maximum de chaleur est généralement décalé de plusieurs jours après le solstice d'été. Qu'elle doit être la nouvelle longueur du surplomb L qui permet de bloquer totalement le soleil jusqu'au 15 août à midi solaire mais qui permet de laisser passer tout le soleil jusqu'au 22 février à midi solaire? $\varphi = 45^\circ$, $\varepsilon = 5^\circ$, $H_m = 3,20\text{m}$, $H_f = 2,00\text{m}$.

Un design pour faire entrer toute la lumière du 22 oct jusqu'au 22 février mais de la bloquer du 30 avril au 15 août – Question D

Puisque l'on emploie toujours midi solaire, l'azimut solaire est nul et on travaille dans le plan du méridien.

La hauteur solaire le 22 février est de 34,51° à midi solaire. Cela a une incidence sur la lumière qui pénètre. Mais cela ne devrait pas être limitant. La hauteur solaire à bloquer le 15 août est de 59,30°. C'est ce qui limite la hauteur Hs. En refaisant le calcul de la partie 1, on trouve une longueur $L = 2,01\text{ m}$.

Blocage (du 30 avril) jusqu'au 15 août et éclairage total (du 22 oct) jusqu'au 22 février à midi solaire

L	2,01		
Ht	1,20 m	Ht/Sin(alphas-eps) = L/Sin(90-alphas)	
Hf	2,0 m	3,2 possible pour les cas extrêmes	
Hm	3,2 m		
Hs	0,00 m		
eps	5 degré		
alphas	59,30051654 degré	21,55 degrés lors du solstice à midi (hiver)	
alphas, hiver	34,51 degré	68,45 degrés lors du solstice à midi (été)	
alphas, été	59,30 degré		

Question 5 : Faites une étude paramétrique pour déterminer les dimensions idéales ϵ , L, H_f de manière à bloquer totalement le soleil le 15 août à midi solaire mais qui permettent de laisser passer tout le soleil le jour du 22 octobre à midi solaire au 22 février à midi solaire? (Présentez un, deux ou trois graphiques pertinents)

Étude paramétrique – Question E

Mais il faut réaliser que si le soleil entre le 22 février, il entrera aussi le 22 décembre. Mais le soleil de décembre sera en partie bloqué par $H_t = 1,20$. Ainsi, on pourrait conserver la hauteur de mur mais augmenter H_f . On peut donc faire varier H_f . En l'augmentant, de 10 à 80 cm, on aura davantage de gain diurne entre le 22 octobre et le 22 février. Mais comme au départ $H_t = 29$ correspond à $L = 94$, on peut aller jusqu'à $H_t = 29 \times 201/94 = 62$ cm pour allonger la fenêtre vers le haut, donc elle pourrait être élevée à $200 + 120 - 62 = 258$ cm de hauteur. On peut donc reprendre l'exercice en fixant l'angle d'hiver à $21,55^\circ$ en sachant que le soleil

Blocage à midi solaire (du 30 avril) jusqu'au 15 août et éclairage total (du 22 oct) jusqu'au 22 février

L	1,56		
Ht	0,48 m	$H_t/\sin(\alpha - \epsilon) = L/\sin(90 - \alpha)$	
Hf	2,0 m	3,2 possible pour les cas extrêmes	
Hm	3,2 m		
Hs	0,72 m		
eps	5 degré		
alphas	59,30051654 degré	21,55 degrés lors du solstice à midi (hiver)	
alphas, hiver	21,55 degré	68,45 degrés lors du solstice à midi (été)	
alphas, été	59,30 degré		

On constate un plus petit débord de toit requis, et de bonnes marges en haut et en bas de la fenêtre. On pourrait alors être tenté d'agrandir la fenêtre.

Blocage à midi solaire (du 30 avril) jusqu'au 15 août et éclairage total (du 22 oct) jusqu'au 22 février, $H_f = 2,2$ m

L	1,71		
Ht	0,52 m	$H_t/\sin(\alpha - \epsilon) = L/\sin(90 - \alpha)$	
Hf	2,2 m	3,2 possible pour les cas extrêmes	
Hm	3,2 m		
Hs	0,48 m		
eps	5 degré		
alphas	59,30051654 degré	21,55 degrés lors du solstice à midi (hiver)	
alphas, hiver	21,55 degré	68,45 degrés lors du solstice à midi (été)	
alphas, été	59,30 degré		

Ce dernier scénario permet de capter davantage (10%) de rayonnement incident pendant la période.

Question 6 : Discutez vos résultats

On peut pérorer longtemps. Avec un débord de toit de 201 cm à 5° de pente, une fenêtre de 258 cm qui part du sol installée dans un mur de 320 cm, on arrive à laisser passer tout le soleil du 22 octobre au 22 février et à bloquer le soleil du midi à partir du 30 avril jusqu'au 15 août.

Pour maximiser les gains en hiver, il serait souhaitable de profiter de la réflexion causé par la neige. A ce sujet, démarrer la fenêtre au sol n'est sans doute pas une bonne idée. On pourrait laisser un premier 30-60 cm de mur plein et cela permettrait aussi de mieux isoler. L'un des scénarios indique que la fenêtre pourrait être de 2,2m mais à partir de 48 cm du sol avec un débord de toit de 1,71 m.

Il faut considérer que si le soleil de midi est totalement bloqué le 15 août il ne l'est pas en après-midi et en matinée. A 15h00 solaire le 15 août, il faudrait couper la fenêtre pour bloquer le soleil car l'altitude solaire est alors de $41,23^\circ$.

Blocage (du 30 avril) jusqu'au 15 août entre 9h00 et 15h00 et éclairage total permis (du 22 oct) jusqu'au 22 février

L	1,71		
Ht	0,52 m	$H_t/\sin(\alpha - \epsilon) = L/\sin(90 - \alpha)$	
Hf	0,82 m	3,2 possible pour les cas extrêmes	
Hm	3,2 m		
Hs	1,86 m		
eps	5 degré		
alphas	41,23642059 degré	21,55 degrés lors du solstice à midi (hiver)	
alphas, hiver	21,55 degré	68,45 degrés lors du solstice à midi (été)	
alphas, été	41,23 degré		

A ce moment on remarque que pour bloquer le soleil avec le même rebord de 1,71 m, il faudrait limiter la hauteur de la fenêtre à 82 cm et la faire partir à 1,86 du sol. Et cela est discutable côté esthétique et ne permet pas de voir vers l'extérieur.

Un débord de toit plus long, permet aussi de préserver un espace sec lors d'averse (en absence de vent). Structuellement, on pourrait penser à un débord de plus de 2 m sans avoir besoin de soutiens ou alors ces derniers pourraient n'être que des renforts pour triangule, sans aller jusqu'au sol.

Blocage (du 30 avril) jusqu'au 15 août entre 10h00 et 14h00 et éclairage total permis (du 22 oct) jusqu'au 22 février

L	2,62		
Ht	0,80 m	$Ht/\sin(\alpha - \epsilon) = L/\sin(90 - \alpha)$	
Hf	2,10 m	3,2 possible pour les cas extrêmes	
Hm	3,2 m		
Hs	0,30 m		
eps	5 degré		
alphas	50,17981907 degré	21,55 degrés lors du solstice à midi (hiver)	
alphas, hiver	21,55 degré	68,45 degrés lors du solstice à midi (été)	
alphas, été	50,20 degré		

Dans ce dernier scénario, le débord a 2,62 m, la fenêtre est à 30 cm du sol et sa hauteur est de 2,1 m. Des proportions harmonieuses, qui permettent une couverture neigeuse en hiver et l'emplacement de bouches de chauffage au pied de fenêtres. Pour cette configuration le soleil ne pénètre pas dans la maison de 10h00 à 14h00 entre le 30 avril et le 15 août (50,2°).

REPONSES n° 2

