MAT210 et MAT215 – Tables

TABLE 1 Équivalences logiques

1	$p \wedge \mathbf{V} \equiv p$ $p \vee \mathbf{F} \equiv p$	Identité
2	$p \vee \mathbf{V} \equiv \mathbf{V}$ $p \wedge \mathbf{F} \equiv \mathbf{F}$	Domination
3	$p \vee p \equiv p$ $p \wedge p \equiv p$	Idempotence
4	$\neg(\neg p) \equiv p$	Double négation
5	$p \wedge q \equiv q \wedge p$ $p \vee q \equiv q \vee p$	Commutativité
6	$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$	Associativité
7	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	Distributivité
8	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$	Lois de De Morgan
9	$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$	Absorption
10	$p \vee \neg p \equiv \mathbf{V}$ $p \wedge \neg p \equiv \mathbf{F}$	Négation

TABLE 2 Équivalences logiques (implications)

1	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
2	$p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$
3	$p \vee q \equiv \neg p \rightarrow q$
4	$p \wedge q \equiv \neg(p \rightarrow \neg q)$
5	$\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$
6	$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)$
7	$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$
8	$(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \vee r)$
9	$(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$

TABLE 3 Équivalences logiques (biconditionnelles)

1	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
2	$p \leftrightarrow q \equiv \neg p \leftrightarrow \neg q$
3	$p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
4	$p \leftrightarrow q \equiv \neg(p \wedge \neg q) \wedge \neg(\neg p \wedge q)$
5	$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q$

TABLE 4 Équivalences logiques (énoncés quantifiés)

1	$\forall x\, \big(P(x) \wedge Q(x)\big) \equiv \forall x\, P(x) \wedge \forall x\, Q(x)$
2	$\exists x\, \big(P(x) \vee Q(x)\big) \equiv \exists x\, P(x) \vee \exists x\, Q(x)$
3	$\neg \exists x\, P(x) \equiv \forall x\, \neg P(x)$
4	$\neg \forall x\, P(x) \equiv \exists x\, \neg P(x)$

TABLE 5 Règles d'inférence

$\begin{array}{l} p \\ p \rightarrow q \\ \hline q \end{array}$	Modus ponens
$\begin{array}{l} \neg q \\ p \rightarrow q \\ \hline \neg p \end{array}$	Modus tollens
$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline p \rightarrow r \end{array}$	Syllogisme hypothétique
$\begin{array}{l} p \vee q \\ \neg p \\ \hline q \end{array}$	Syllogisme disjonctif
$\begin{array}{l} p \\ \hline p \vee q \end{array}$	Addition
$\begin{array}{l} p \wedge q \\ \hline p \end{array}$	Simplification
$\begin{array}{l} p \\ q \\ \hline p \wedge q \end{array}$	Conjonction
$\begin{array}{l} p \vee q \\ \neg p \vee r \\ \hline q \vee r \end{array}$	Résolution

TABLE 6 Propriétés des ensembles de nombres $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

Si A est un ensemble de nombre parmi $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ et $a, b, c \in A$, alors	
$a + b \in A$	Clos pour l'addition
$a \cdot b \in A$	Clos pour la multiplication
$a + b = b + a$	Commutativité de l'addition
$a \cdot b = b \cdot a$	Commutativité de la multiplication
$a(b + c) = ab + ac$	Distributivité de la multiplication sur l'addition
$a \cdot b = 0 \leftrightarrow (a = 0 \vee b = 0)$	Équation produit-nul
Si $a, b \in \mathbb{N}$, alors	
$a + b = 0 \rightarrow (a = 0 \wedge b = 0)$	Absence d'un inverse additif
Si $a, b \in \mathbb{Z}$, alors	
$a \cdot b = 1 \rightarrow ((a = 1 \wedge b = 1) \vee (a = -1 \wedge b = -1))$	Absence d'un inverse multiplicatif
Si A est un ensemble de nombre parmi $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ et $a \in A$, alors	
$a - b = a + (-1) \cdot b$	Notation
$a - a = 0$	Inverse additif
Si $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$ et $d \neq 0$, alors $\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$ et	
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \leftrightarrow ad = bc$	Égalité de fractions
$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$	Addition de fractions
$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$	Multiplication de fractions