Bienvenue en MAT380 !

Algèbre Linéaire

Jean-Michel Lemay

jean-michel.lemay@etsmtl.ca

Chapitre 1 : Vecteurs

- 1.1 Espaces Euclidiens $\mathbb{R}^n$
- 1.2 Vecteurs
- 1.3 Produit scalaire
- 1.4 Produit vectoriel

Objectifs d’apprentissage

- Comprendre le concept d’espace euclidien
- Apprendre à manipuler des vecteurs géométriquement et algébriquement
- Calculer des combinaisons linéaires de vecteurs
- Appliquer les concepts de produit scalaire et de produit vectoriel

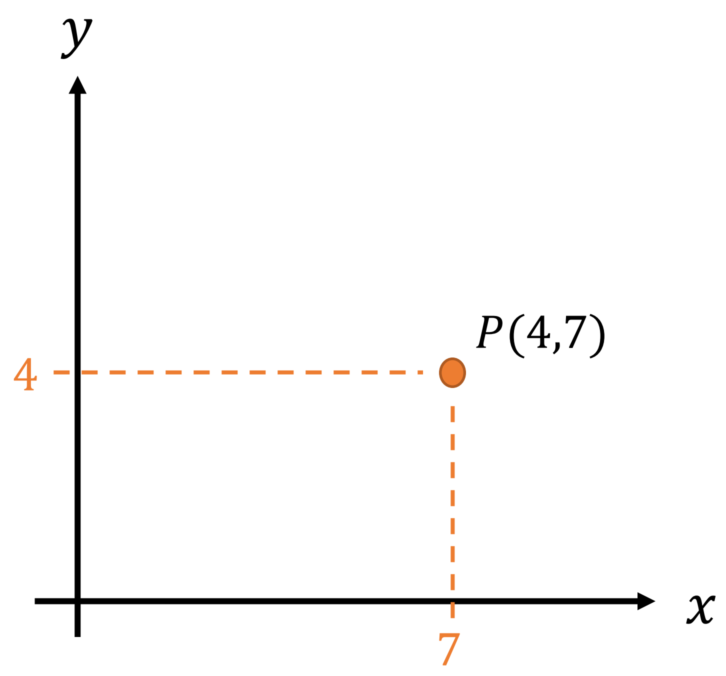
Mots clés : *Vecteurs, Combinaison linéaire, Produit scalaire, Produit vectoriel*

1.1 Espaces Euclidiens

En 2D, la position d'un point P est donnée par ses coordonnées selon l'axe des abscisses et des ordonnées.

L'ensemble de tous ces points forme ***l'espace euclidien de dimension 2,*** *que l'on appelle* ***le plan.***

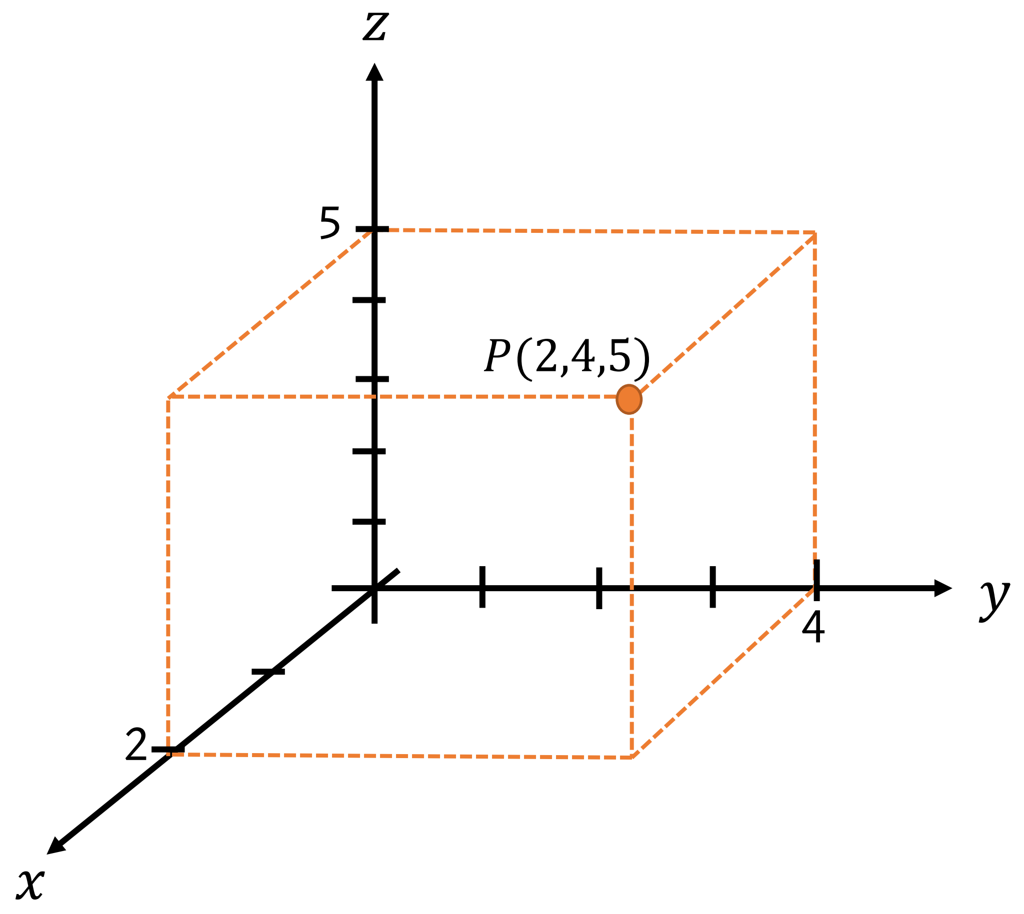
$$\mathbb{R}^2 = \{(x, y)|\ x, y \in \mathbb{R}\}$$



En 3D, la position d'un point P est donnée par ses coordonnées selon l'axe des abscisses, des ordonnées et des cotes.

L'ensemble de tous ces points forme ***l'espace euclidien de dimension 3,*** *que l'on appelle aussi l'espace 3D.*

$$\mathbb{R}^3 = \{(x, y, z) |\ x, y, z \in \mathbb{R}\}$$



Similairement, en **dimension *n***, la position d'un point P est donnée par ses coordonnées selon *n* axes orthogonaux.

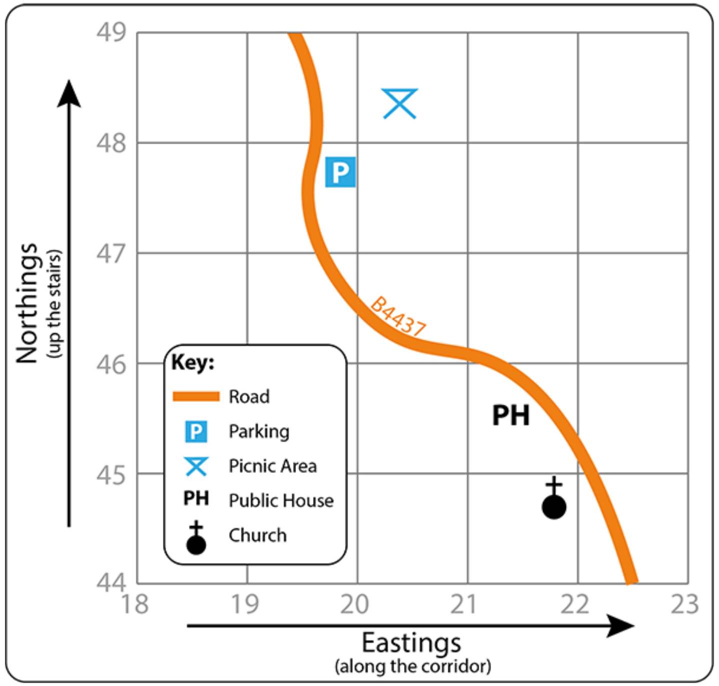
L'ensemble de tous ces points forme ***l'espace euclidien de dimension n.***

$$\mathbb{R}^n = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) |\, x_1, x_2, \ldots, x_n \in \mathbb{R}\}$$

Pour $n > 3$, il est difficile de représenter ces espaces graphiquement.

Exemples d'applications :

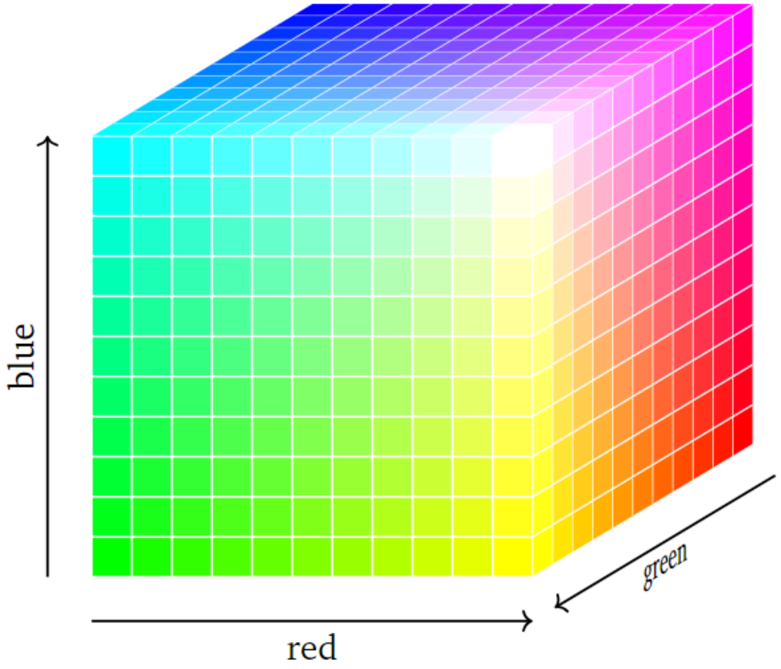
$\mathbb{R}^2$



Positions sur une carte

$E(22{,}45)$

$\mathbb{R}^3$



Couleurs RGB : $(0.2; 0.4; 0.9)$ représente la couleur qui contient 20% de rouge, 40% de vert et 90% de bleu

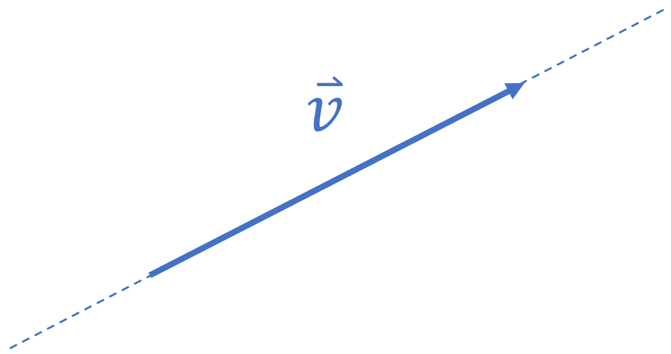
$\mathbb{R}^{841}$

Code QR : Grille 29 x 29 = 841 pixels
Pour chaque pixel on associe la composante 1 pour blanc ou 0 pour noir. Un code QR est donc un vecteur à 841 composantes.

1.2 Vecteurs

Définition : Un **vecteur** $\vec{v}$ est une grandeur orientée par une flèche possédant trois caractéristiques :

- *Une grandeur* $||\vec{v}||$ *appelée* ***norme*** *ou* ***module*** *mesurée par la longueur de la flèche*
- *Une* ***orientation*** *déterminée par la droite qui supporte* $\vec{v}$
- *Un* ***sens*** *déterminé par la pointe de la flèche*

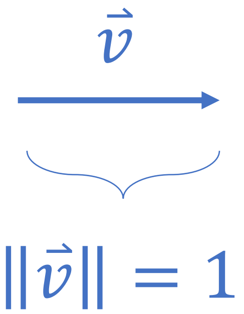


Les vecteurs sont utiles pour représenter des forces, déplacements, vitesses, positions et beaucoup d'autres choses

Vecteur nul et vecteurs unitaires

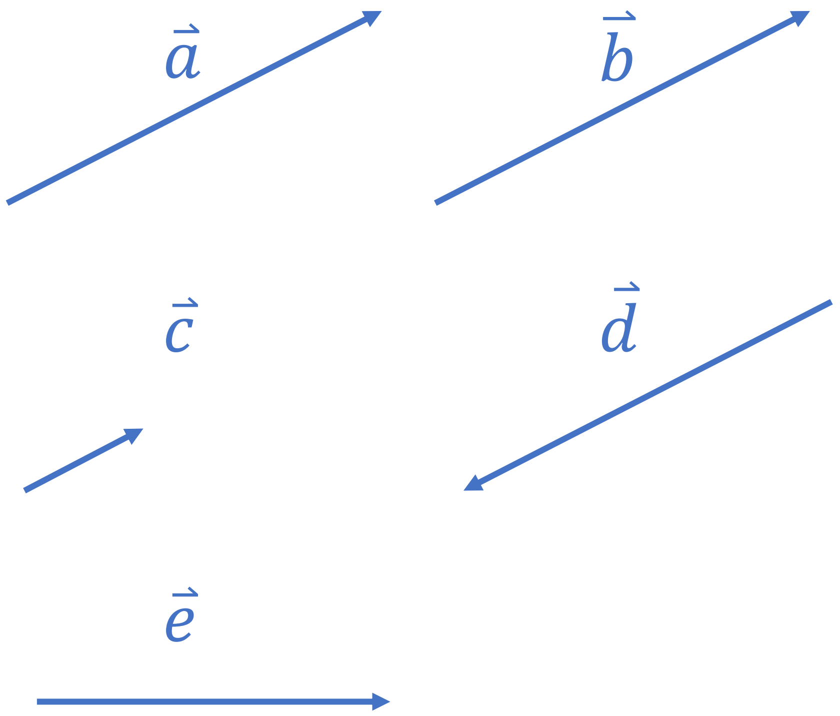
Définition: Le **vecteur nul,** noté $\vec{0}$, est l'unique vecteur ayant une norme de zéro : $\|\vec{0}\| = 0$. Il n'a pas de d'orientation ni de sens.

Définition: On dit qu'un vecteur est **unitaire** si sa norme est de 1 : $\|\vec{v}\| = 1$.



Égalité entre deux vecteurs $\vec{a} = \vec{b}$

Définition : Deux vecteurs sont **égaux** s'ils possèdent les mêmes caractéristiques, c'est-à-dire la même norme, la même orientation et le même sens.

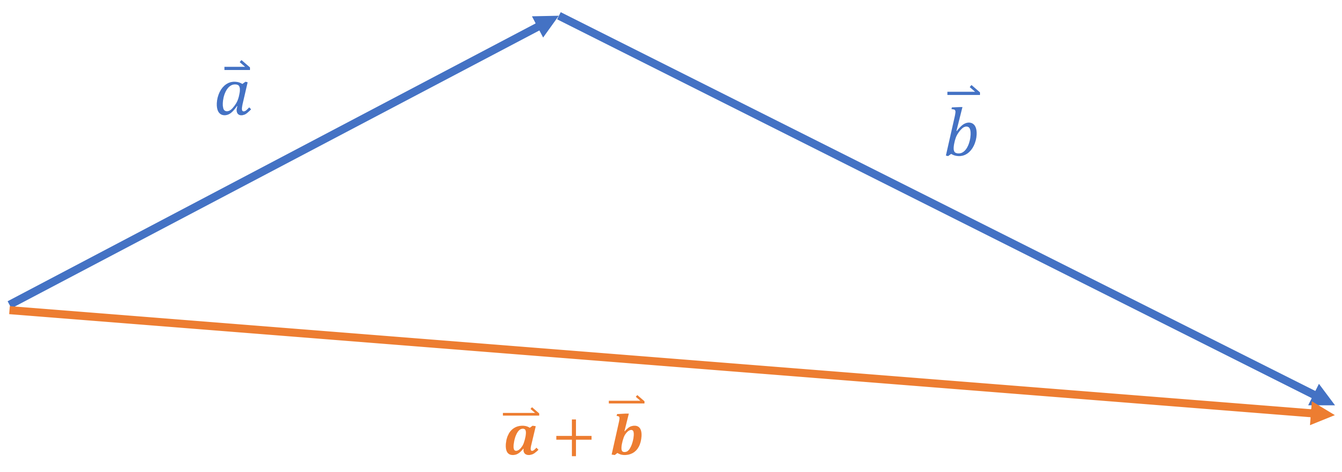


- $\vec{a} = \vec{b}$
- $\vec{a} \neq \vec{c}$ (pas la même norme)
- $\vec{a} \neq \vec{d}$ (pas le même sens)
- $\vec{a} \neq \vec{e}$ (pas la même orientation)

Addition de deux vecteurs $\vec{a} + \vec{b}$

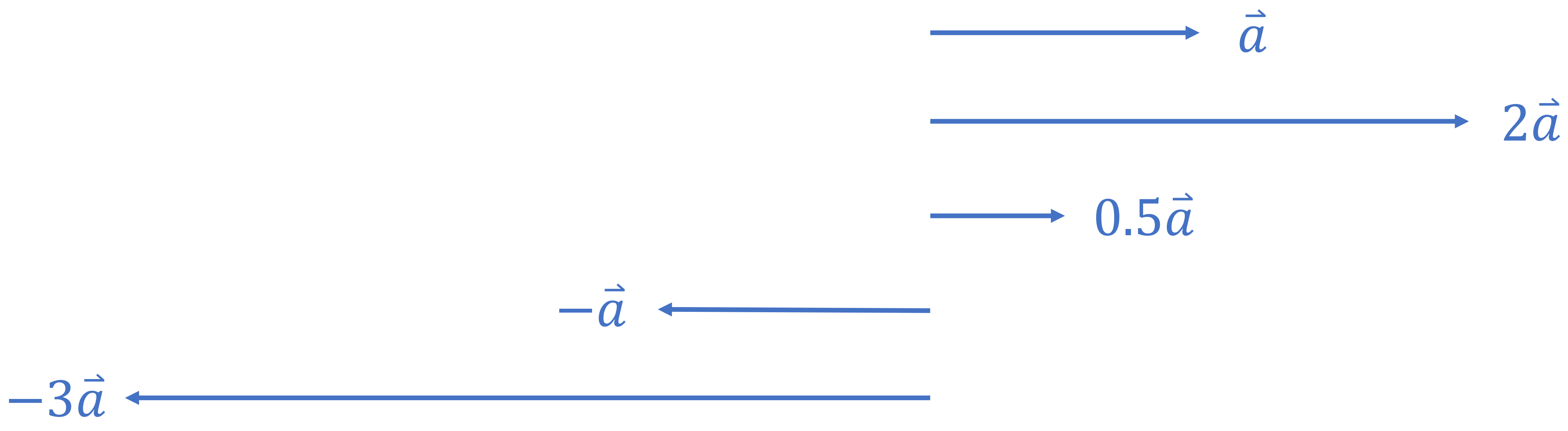
Définition : La **somme de deux vecteurs** $\vec{a}$ **et** $\vec{b}$, notée $\boldsymbol{\vec{a} + \vec{b}}$, est un nouveau vecteur reliant l'origine du vecteur $\vec{a}$ à l'extrémité du vecteur $\vec{b}$ lorsque ce dernier a son origine située à l'extrémité de $\vec{a}$.

En d'autres mots, le vecteur $\vec{a} + \vec{b}$ s'obtient en plaçant les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ bout-à-bout puis en reliant l'origine du premier à la pointe du second.



Multiplication par un scalaire $k\vec{a}$

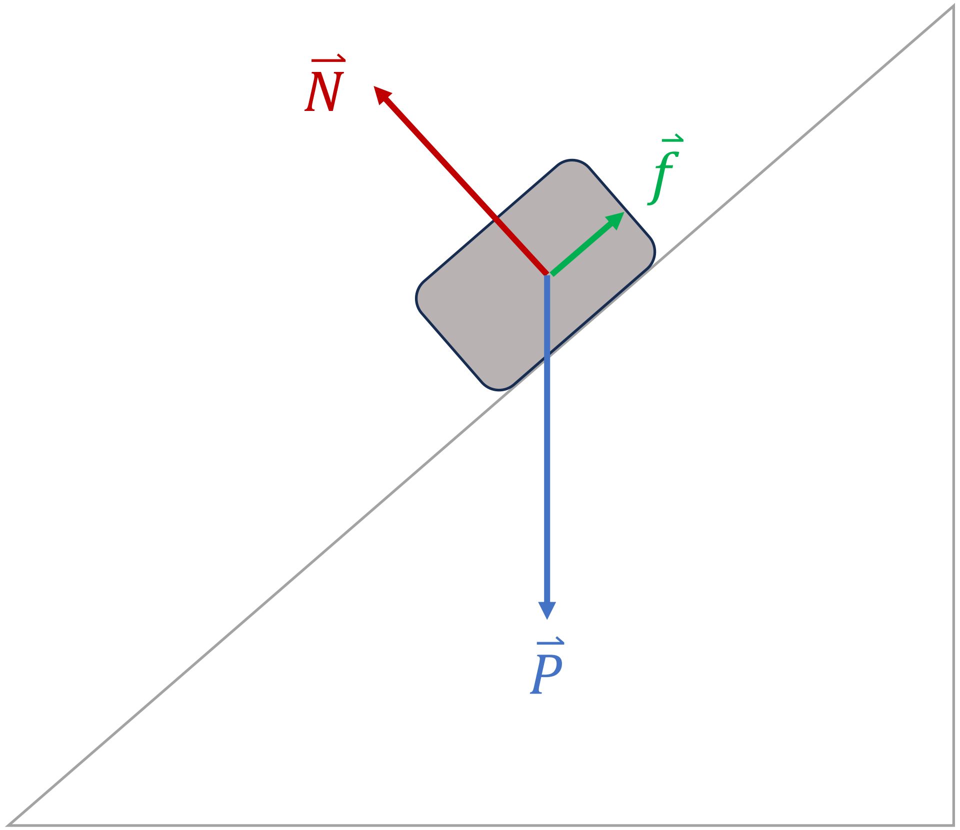
Définition : La **multiplication d'un vecteur $\vec{a}$ par un scalaire** (nombre) k, notée $k\vec{a}$, est un nouveau vecteur possédant la même orientation que $\vec{a}$, mais dont la norme est $|k|$ fois plus longue. De plus, le sens est le même si $k > 0$ et inversé si $k < 0$.



Exemple : On peut représenter les forces agissant sur un bloc à l'aide de vecteurs.

La **norme** de chaque flèche représente l'**intensité** de la force

L'**orientation** et le **sens** de chaque flèche représente la **direction** dans laquelle la force pousse le bloc



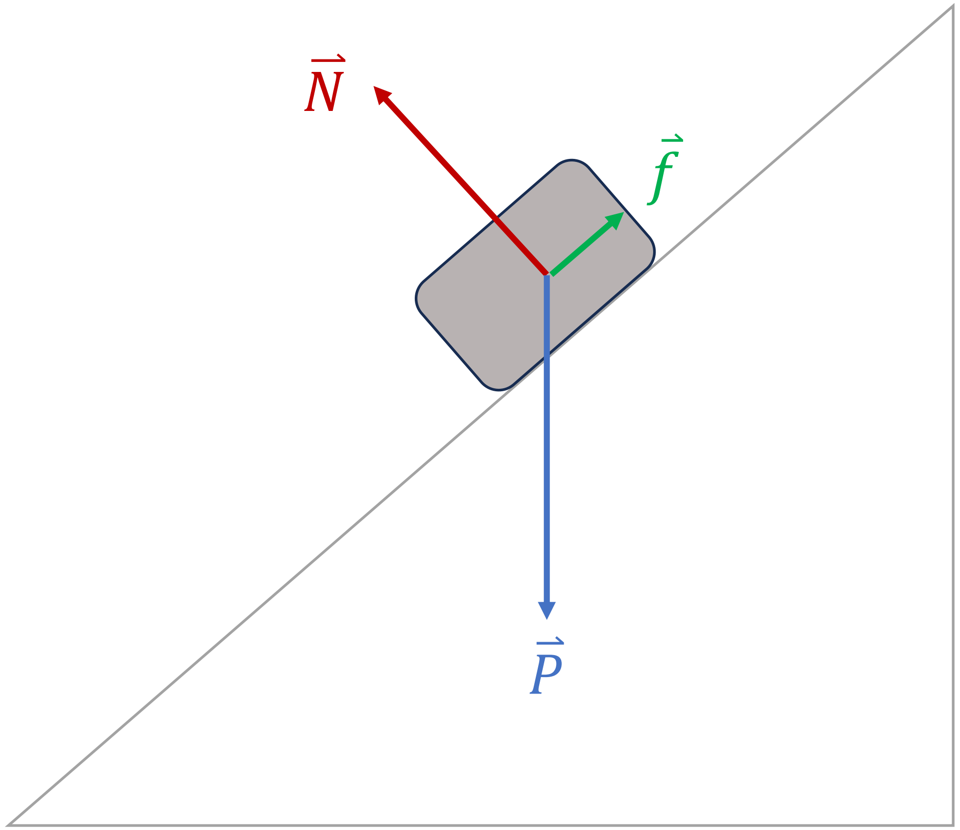
Selon la deuxième loi de Newton

$$m\vec{a} = \sum \vec{F}$$

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{f}$$

Quelle est l'accélération du bloc ?

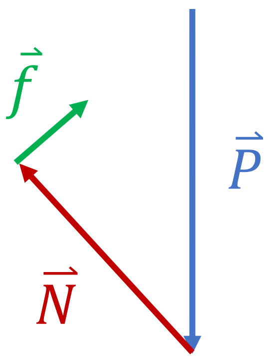
$$\vec{a} = ?$$



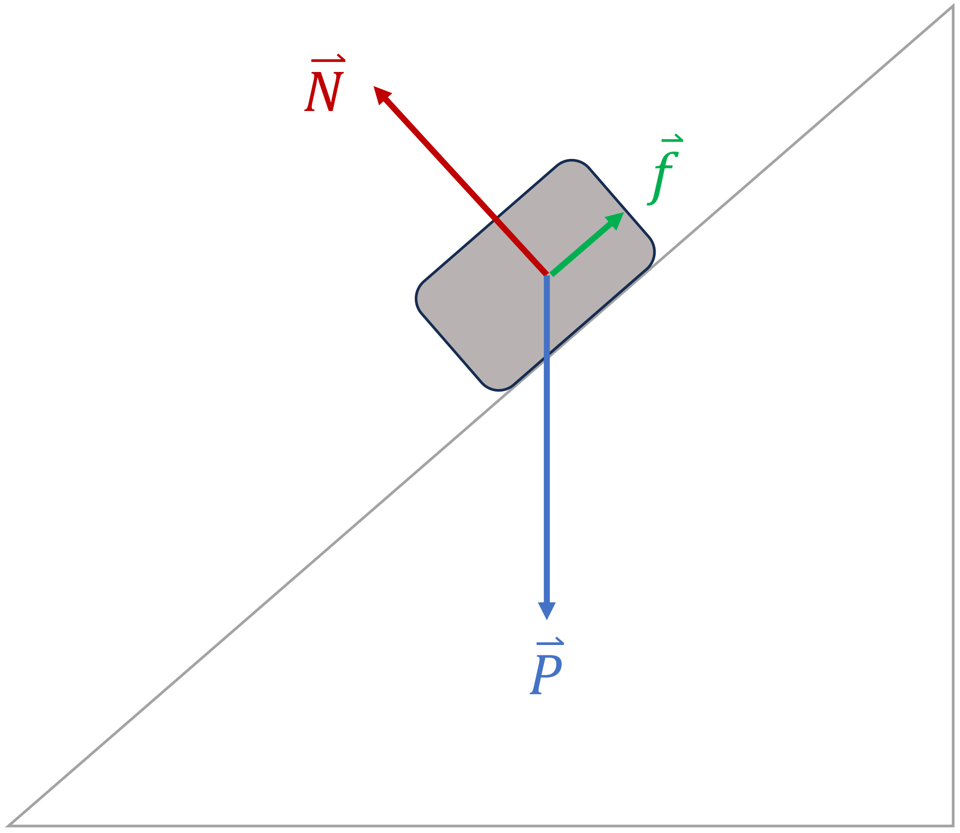
Selon la deuxième loi de Newton

$$m\vec{a} = \sum \vec{F}$$

$$m\vec{a} = \underbrace{\vec{P} + \vec{N} + \vec{f}}$$



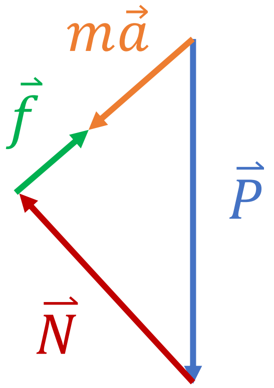
Somme de vecteurs :
On les met bout-à-bout



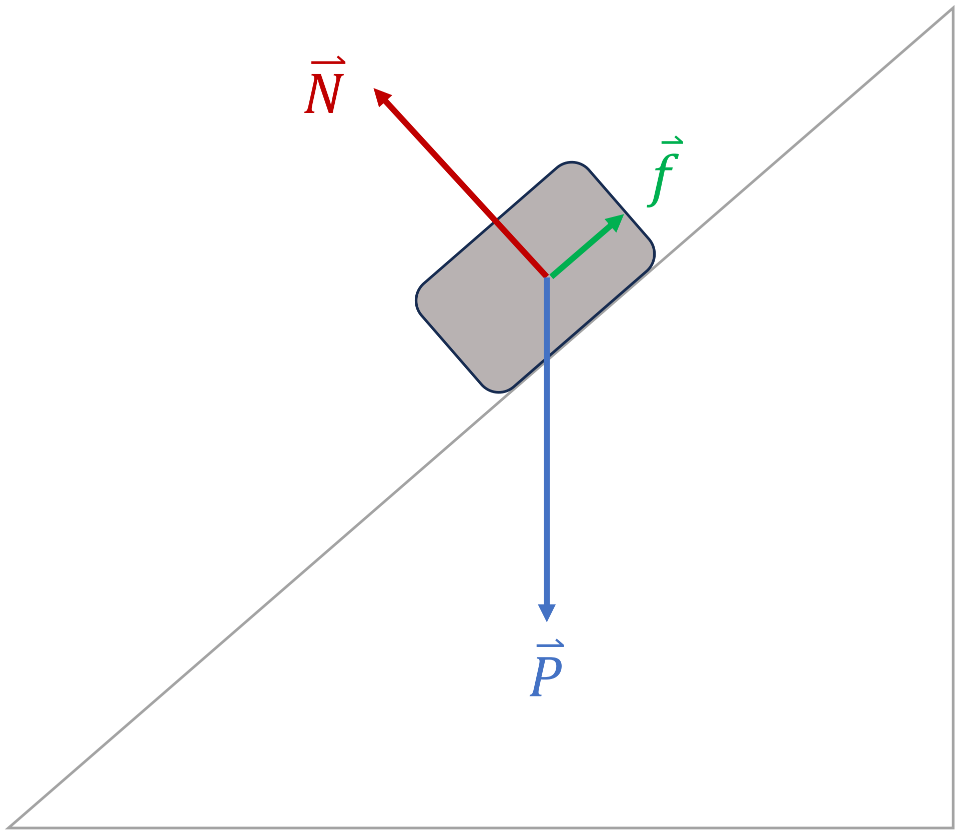
Selon la deuxième loi de Newton

$$m\vec{a} = \sum \vec{F}$$

$$m\vec{a} = \underbrace{\vec{P} + \vec{N} + \vec{f}}$$



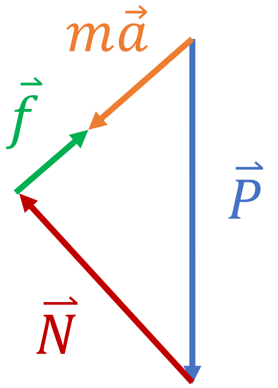
Le vecteur résultant s'obtient en reliant l'origine à l'extrémité



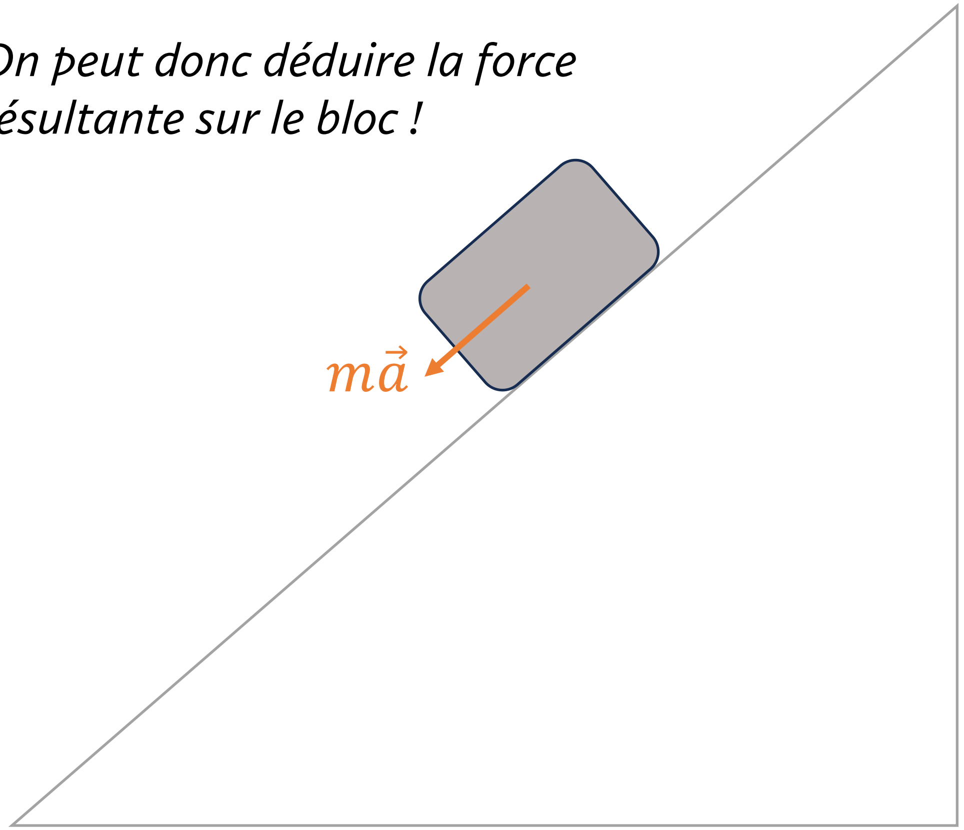
Selon la deuxième loi de Newton

$$m\vec{a} = \sum \vec{F}$$

$$\underbrace{m\vec{a} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{f}}$$



On peut donc déduire la force résultante sur le bloc !



Selon la deuxième loi de Newton

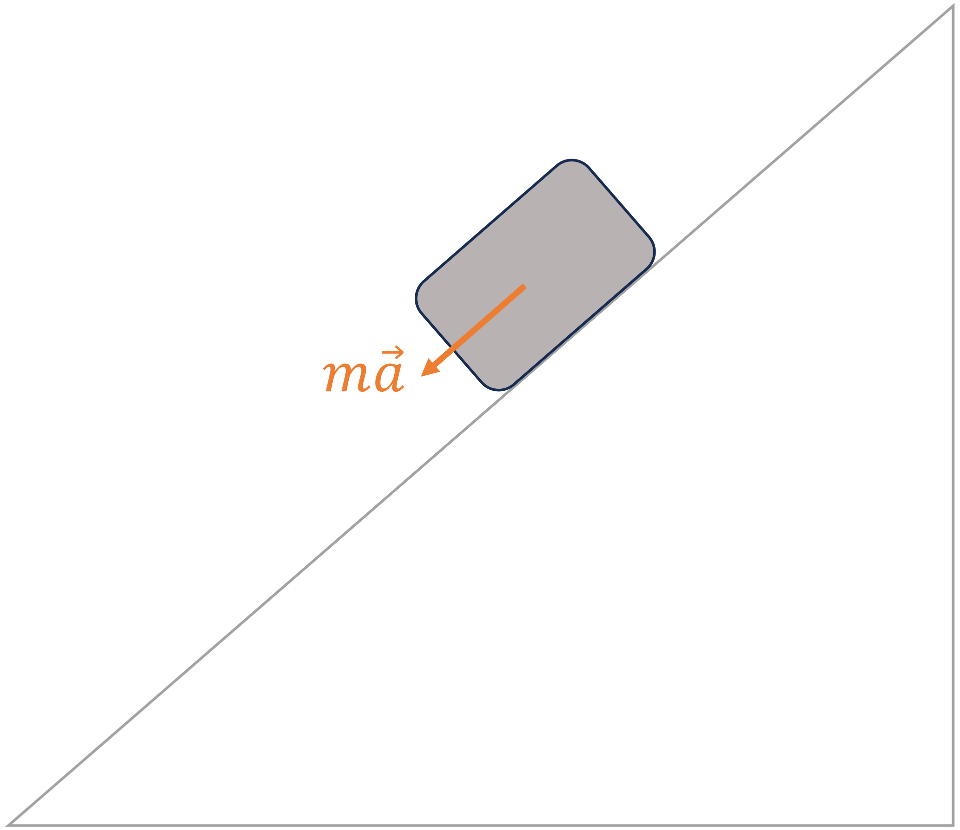
$$m\vec{a} = \sum \vec{F}$$

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{f}$$

$$m\vec{a} \qquad \frac{1}{m}(m\vec{a}) = \vec{a}$$

On peut également multiplier par le scalaire $\frac{1}{m}$ pour obtenir l'accélération

(On suppose ici graphiquement que la masse est $m = 2\ kg$)



Selon la deuxième loi de Newton

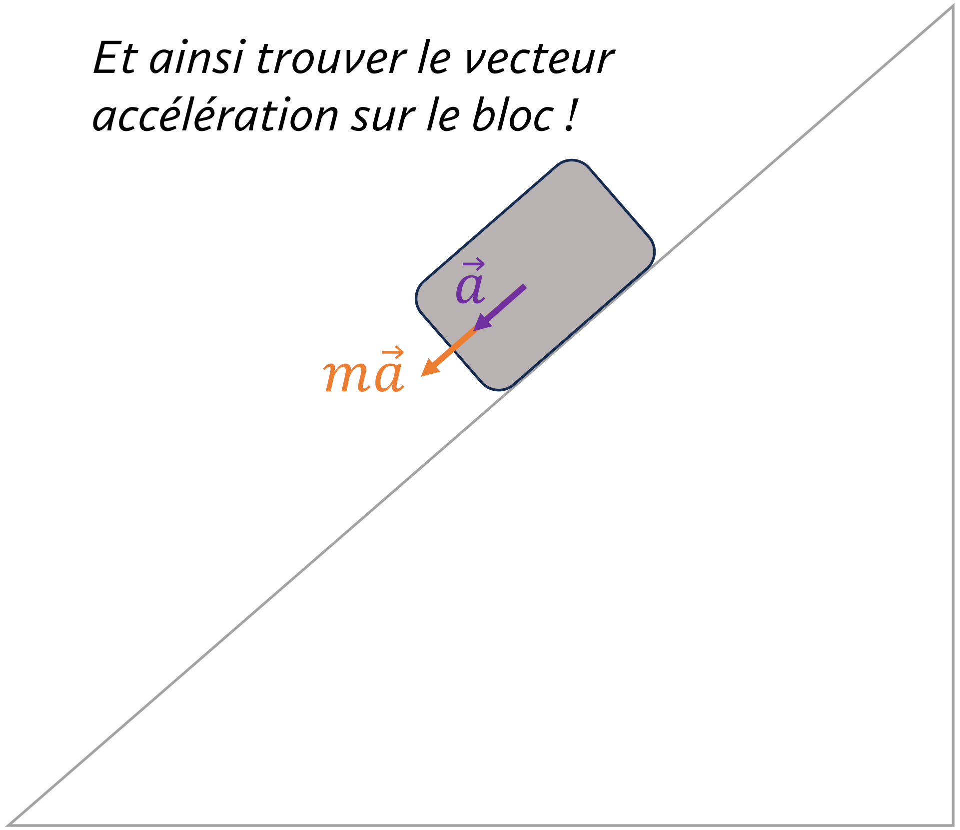
$$m\vec{a} = \sum \vec{F}$$

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{f}$$

$m\vec{a}$

$$\frac{1}{m}(m\vec{a}) = \vec{a}$$

Et ainsi trouver le vecteur accélération sur le bloc !



Combinaison linéaire de vecteurs

Puisque l'addition de vecteurs et la multiplication par un scalaire donnent des vecteurs, on peut alors combiner plusieurs de ces opérations ensemble.

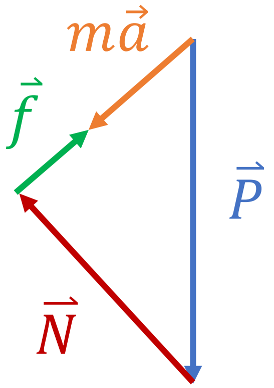
On nomme ***combinaison linéaire des vecteurs*** $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n$ l'opération suivante :

$$k_1\overrightarrow{v_1} + k_2\overrightarrow{v_2} + \cdots + k_n\overrightarrow{v_n}$$

où les $k_1, k_2, \dots, k_n$ sont des scalaires (nombres).

Le résultat d'une combinaison linéaire est un vecteur.

Ex : Dans l'exemple précédent $m\vec{a}$ a été décrit comme une combinaison linéaire des vecteurs $\vec{P}, \vec{N}, \vec{f}$.



$$m\vec{a} = \underbrace{1\vec{P} + 1\vec{N} + 1\vec{f}}$$

Combinaison linéaire où tous les coefficients k_i sont 1.

Indépendance Linéaire

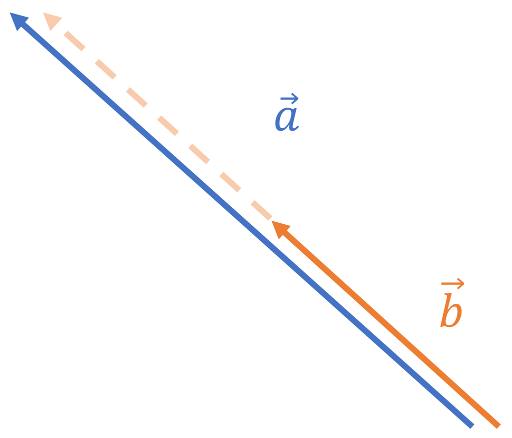
Définition : Un ensemble de vecteurs $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n\}$ est dit **linéairement indépendant** si la solution triviale $k_1 = k_2 = \cdots = k_n = 0$ est l'unique solution de l'équation suivante :

$$k_1\overrightarrow{v_1} + k_2\overrightarrow{v_2} + \cdots + k_n\overrightarrow{v_n} = \vec{0}$$

De façon équivalente, l'ensemble est linéairement indépendant si aucun des vecteurs ne peut s'exprimer comme une combinaison linéaire des $n-1$ autres.

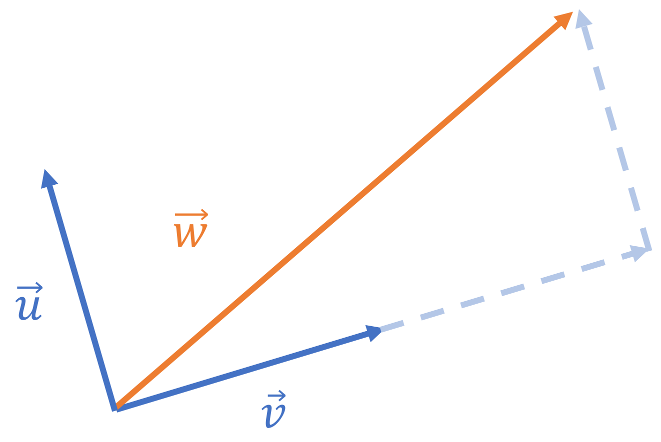
Note : Si un ensemble de vecteurs n'est pas linéairement indépendant, il est alors dit **linéairement dépendant.**

Ex :



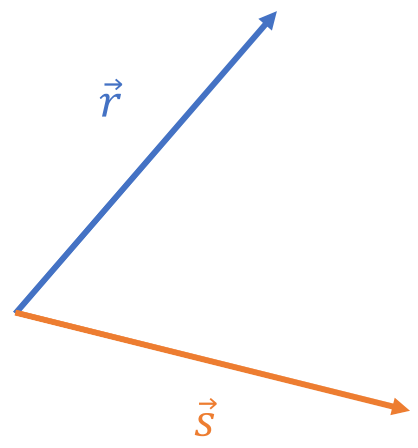
Les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont linéairement dépendants car $\vec{a} - 2\vec{b} = \vec{0}$.

(colinéaires)



Les vecteurs $\vec{u}, \vec{v}$ et $\vec{w}$ sont linéairement dépendants car $\vec{u} + 2\vec{v} - \vec{w} = \vec{0}$.

(coplanaires)



Les vecteurs $\vec{r}$ et $\vec{s}$ sont linéairement indépendants.

Base

Définition : Un ensemble de vecteurs $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_n\}$ est une **base** de $\mathbb{R}^n$ si les deux conditions suivantes sont respectées.

- L'ensemble $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_n\}$ est linéairement indépendant.

- Tous les vecteurs de $\mathbb{R}^n$ peuvent s'exprimer comme une combinaison linéaire des $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_n$.

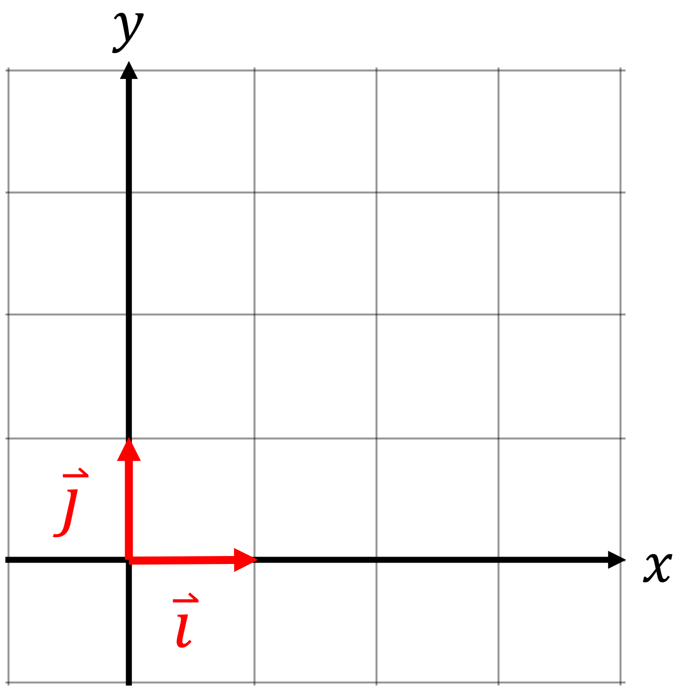
Remarque : La condition d'indépendance linéaire garantit qu'il y a *une seule et unique* façon d'écrire chaque vecteur comme une combinaison linéaire de la base :

$$\vec{v} = c_1\vec{e}_1 + c_2\vec{e}_2 + \cdots + c_n\vec{e}_n$$

Base canonique de $\mathbb{R}^2$

Dans $\mathbb{R}^2$, on nomme $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ les vecteurs unitaires (de norme 1) qui sont respectivement parallèles à la direction positive de l'axe des x et de l'axe des y.

Ensemble, ils forment la **base canonique de** $\mathbb{R}^2$.



$$\|\vec{\imath}\| = 1$$

$$\|\vec{\jmath}\| = 1$$

Composantes d'un vecteur

Tout vecteur de $\mathbb{R}^2$ peut s'écrire comme une combinaison linéaire des vecteurs de la base canonique $\{\vec{\imath}, \vec{\jmath}\}$:

$$\vec{v} = v_1\vec{\imath} + v_2\vec{\jmath}$$

où v_1 et v_2 sont des scalaires.

Toute l'information du vecteur est alors contenue dans les deux coefficients v_1 et v_2. On les appelle les **composantes** du vecteur $\vec{v}$ dans la base canonique.

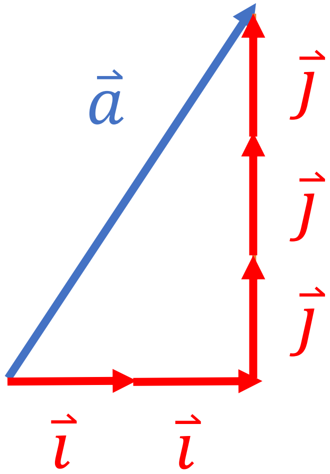
On se permet alors d'écrire le vecteur comme une liste de composantes :

$$\vec{v} = v_1\vec{\imath} + v_2\vec{\jmath} = (v_1, v_2) \quad ou \quad \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

Ex :

$$\vec{a} = 2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} = (2,3)$$

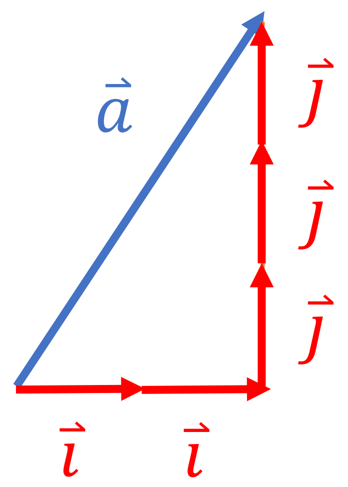
$$\vec{a} = 2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

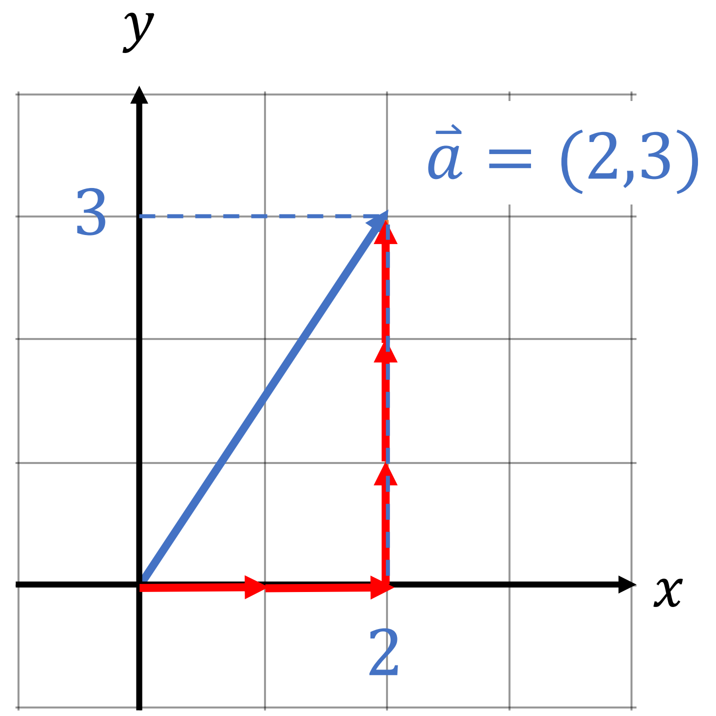


Ex : $\vec{a} = 2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} = (2,3)$

$$\vec{a} = 2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Remarque : *En dessinant le vecteur à l'origine du plan cartésien, on peut penser aux* ***composantes comme les coordonnées*** *du point d'arrivée du vecteur $\vec{a}$. En particulier, on peut donc toujours penser à un point comme un vecteur.*





Exemple 1 :

a) Illustrez le vecteur $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$ qui représente un déplacement du point **A(1,1)** au point **B(2,-3)** où les axes sont mesurés en mètres.

b) Donnez le vecteur en composantes.

c) Calculez la norme du vecteur.

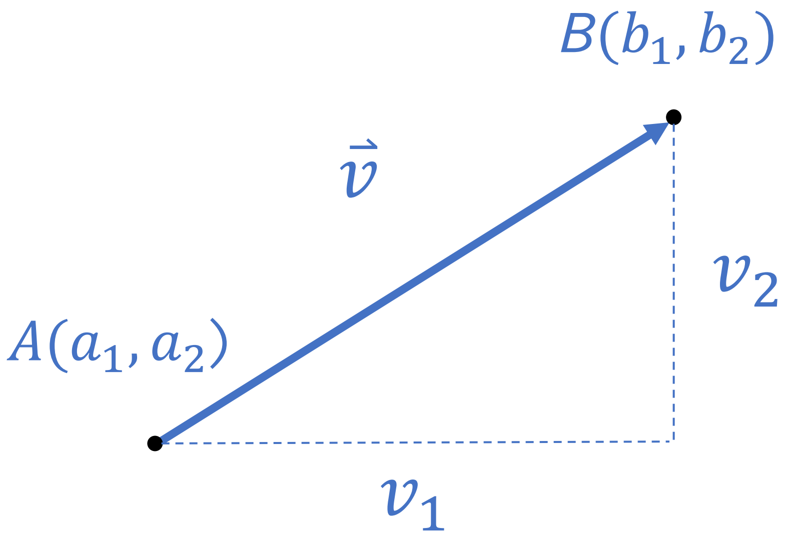
Remarques

- Les composantes d'un **vecteur qui relie deux points** $\boldsymbol{A}$ **et** $\boldsymbol{B}$ peuvent s'obtenir à partir des coordonnées des points :

$$\vec{v} = \overrightarrow{AB} = (b_1 - a_1, b_2 - a_2)$$

- *La **norme d'un vecteur** du plan s'obtient par le théorème de Pythagore*

$$||\vec{v}|| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$



Opérations algébriques sur les vecteurs

Considérons $\vec{a} = (a_1, a_2)$ et $\vec{b} = (b_1, b_2)$ deux vecteurs de $\mathbb{R}^2$. Les opérations sur les vecteurs peuvent se calculer plus facilement à l'aide des composantes :

- $\vec{a} = \vec{b} \iff (a_1, a_2) = (b_1, b_2) \iff a_1 = b_1 \quad et \quad a_2 = b_2$

- $\vec{a} + \vec{b} = (a_1, a_2) + (b_1, b_2) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2)$

- $k\vec{a} = k(a_1, a_2) = (ka_1, ka_2)$

Exemple 2 : Soient $\vec{u} = (1{,}3)$ et $\vec{v} = (-1{,}1)$.

Calculez et représentez visuellement les opérations suivantes.

a) $\vec{u} + \vec{v}$

b) $2\vec{v}$

c) $2\vec{v} - \vec{u}$

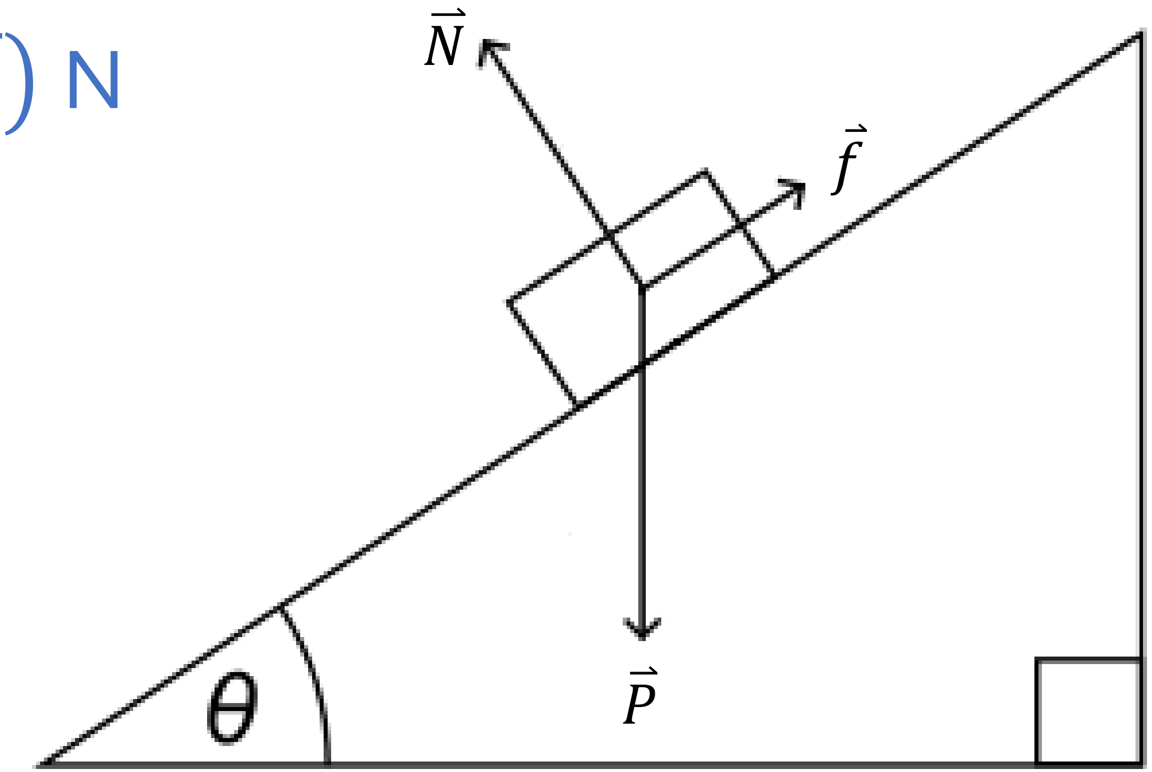
Algèbre vectorielle sur la TI

Définir un vecteur	**a:=[a_1 , a_2 , a_3]**
Norme/Module	norm(a)
Somme	a+b
Différence	a-b
Multiplication par un scalaire k	ka
Vecteur unitaire	unitv(a)
Produit scalaire *(dot product)*	dotp(a,b)
Produit vectoriel *(cross product)*	crossp(a,b)

Exemple 3 : Un bloc de masse 10 kg est au repos sur un plan incliné à 30° selon l'horizontale. Le diagramme des forces est représenté ci-bas. Déterminez la force de friction $\vec{f}$ sachant que la somme des forces est nulle et que :

$\vec{P} = -mg\,\vec{j}$ N ; $\vec{N} = \frac{mg}{4}(-1, \sqrt{3})$ N

**Faire avec la TI*



Vecteurs de $\mathbb{R}^3$

Tout ce qu'on a vu pour les vecteurs en 2D s'étend naturellement à des dimensions plus élevées.

- Base canonique de $\mathbb{R}^3$

$$\vec{\imath} = (1,0,0) \quad \vec{\jmath} = (0,1,0) \quad \vec{k} = (0,0,1)$$

- Vecteurs à trois composantes

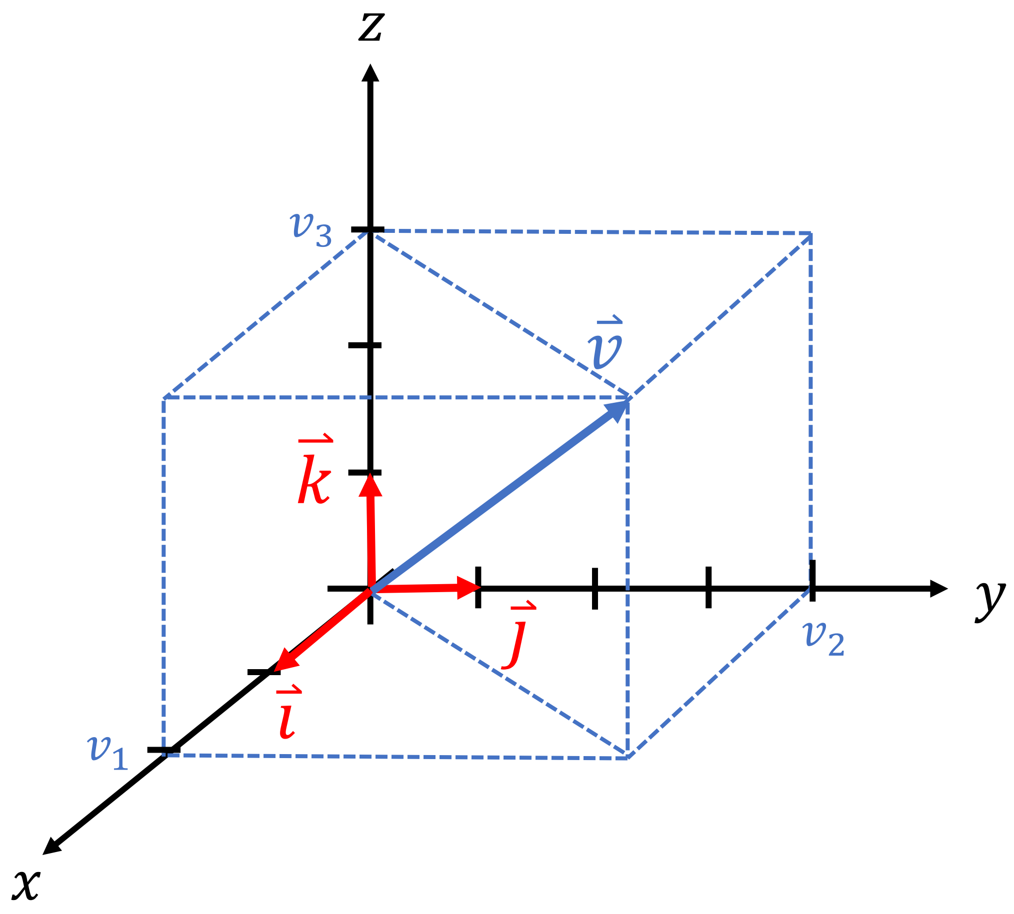
$$\vec{v} = v_1\vec{\imath} + v_2\vec{\jmath} + v_3\vec{k} = (v_1, v_2, v_3)$$

- Vecteur reliant les points A et B

$$\vec{v} = \overrightarrow{AB} = (b_1 - a_1, b_2 - a_2, b_3 - a_3)$$

- Norme

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$$



Vecteurs de $\mathbb{R}^n$

Et similairement pour des dimensions plus hautes

- Base canonique

$$e_i = (0,0,\dots,0,1,0,\dots 0) \qquad i = 1,2,\dots,n$$

- Vecteurs à n composantes

$$\vec{v} = \sum_i v_i \vec{e_i} = (v_1, v_2, \dots, v_n) \;\; ou \;\; \vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix}$$

- Vecteur reliant A et B

$$\vec{v} = \overrightarrow{AB} = (b_1 - a_1, b_2 - a_2, \dots, b_n - a_n)$$

- Norme

$$||\vec{v}|| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2}$$

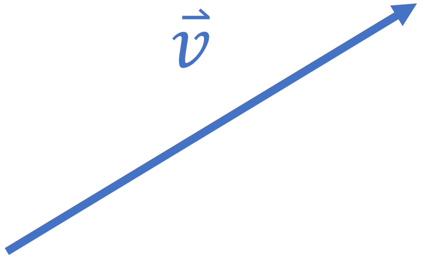
Trois visions d'un vecteur

Nous avons vu jusqu'ici deux façons de penser à un vecteur. Nous en verrons trois dans le cours, la troisième sera explorée au chapitre 6.

PHY

Grandeur orientée

$\vec{v}$



INF

Liste de nombres

$$\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$$

MAT

Élément d'un espace vectoriel

$$\boldsymbol{v} \in V$$

1.3 Produit scalaire

Produit scalaire de deux vecteurs $\vec{a} \cdot \vec{b}$

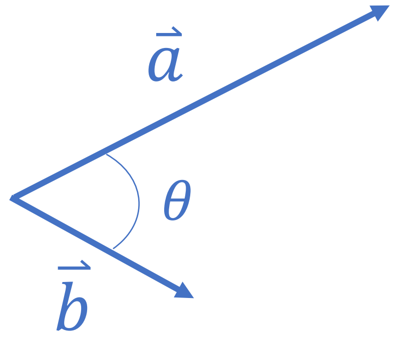
Définition : Le produit scalaire de deux vecteurs $\vec{a}$ *et* $\vec{b}$ est un scalaire (nombre) noté $\vec{a} \cdot \vec{b}$ défini par

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\|\|\vec{b}\|\cos(\theta)$$

où θ est le plus petit angle entre les deux vecteurs.

Dans la base canonique, le produit scalaire de $\vec{a} = (a_1, \ldots, a_n)$ et $\vec{b} = (b_1, \ldots, b_n)$ peut se calculer par

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \sum_{i=1}^{n} a_i b_i = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n$$



θ est le plus petit angle obtenu lorsqu'on met les vecteurs à une même origine

Exemple 4 :

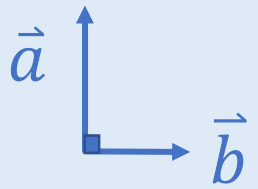
i) Calculez le produit scalaire de $\vec{u} = (1, -1)$ et $\vec{v} = (2,2)$

ii) Calculez l'angle entre les vecteurs $\vec{a} = (1,2,3)$ et $\vec{b} = (-1,0,2)$

Quelques propriétés importantes

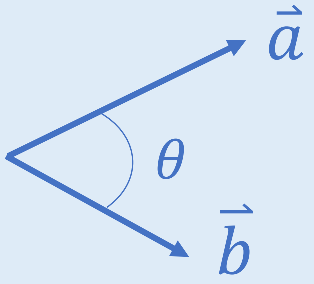
- Deux vecteurs sont orthogonaux (perpendiculaires) si et seulement si leur produit scalaire est nul.

$$\vec{\boldsymbol{a}} \perp \vec{\boldsymbol{b}} \Leftrightarrow \vec{\boldsymbol{a}} \cdot \vec{\boldsymbol{b}} = 0$$



- L'angle entre deux vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ peut se calculer à l'aide du produit scalaire

$$\cos(\theta) = \frac{\vec{\boldsymbol{a}} \cdot \vec{\boldsymbol{b}}}{\|\vec{\boldsymbol{a}}\| \, \|\vec{\boldsymbol{b}}\|}$$



- Définit la norme : $\vec{a} \cdot \vec{a} = \|\vec{a}\|^2 \quad \Rightarrow \quad \|\vec{a}\| \equiv \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}$

- Produit scalaire est commutatif : $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$

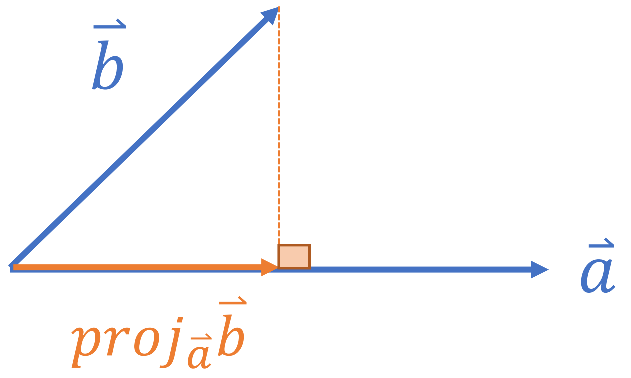
Projection d'un vecteur $\vec{b}$ sur un vecteur $\vec{a}$

Le vecteur projection de $\vec{b}$ sur $\vec{a}$ est donné par

$$proj_{\vec{a}}\vec{b} = \left(\frac{\vec{b}\cdot\vec{a}}{\vec{a}\cdot\vec{a}}\right)\vec{a}$$

et sa norme est donnée par

$$\left\|proj_{\vec{a}}\vec{b}\right\| = \frac{\left|\vec{b}\cdot\vec{a}\right|}{\|\vec{a}\|}$$



Exemple 5 :

i) Calculez la projection de $\overrightarrow{w} = (-3,4)$ sur $\vec{u} = (2,0)$

ii) Calculez la projection de $\vec{b} = (0,3,2)$ sur $\vec{a} = (1,1,0)$

1.4 Produit vectoriel

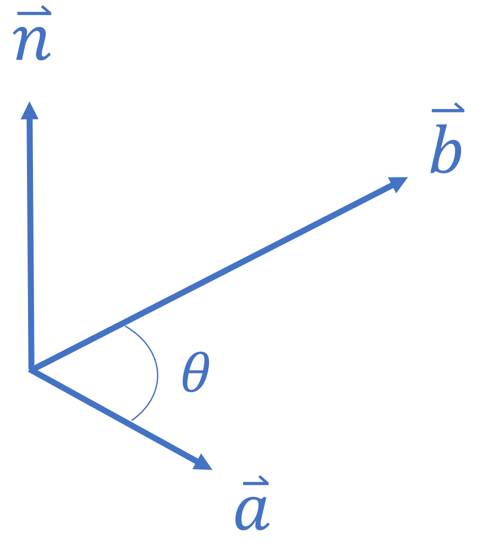
Produit vectoriel de deux vecteurs $\vec{a} \wedge \vec{b}$ de $\mathbb{R}^3$

Définition : Le **produit vectoriel de deux vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$** de $\mathbb{R}^3$ est un vecteur noté $\vec{a} \wedge \vec{b}$ et défini par

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \|\vec{a}\| \, \|\vec{b}\| \, sin(\theta) \, \vec{n}$$

où $\vec{n}$ est un vecteur unitaire $\left(\|\vec{n}\| = 1\right)$ perpendiculaire au plan qui contient les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ et dont le sens est donné par la **règle de la main droite** :

On enroule les doigts de la main droite le long de l'angle reliant le premier vecteur vers le second. Le pouce de la main indique alors le sens du vecteur normal.



Pratique :

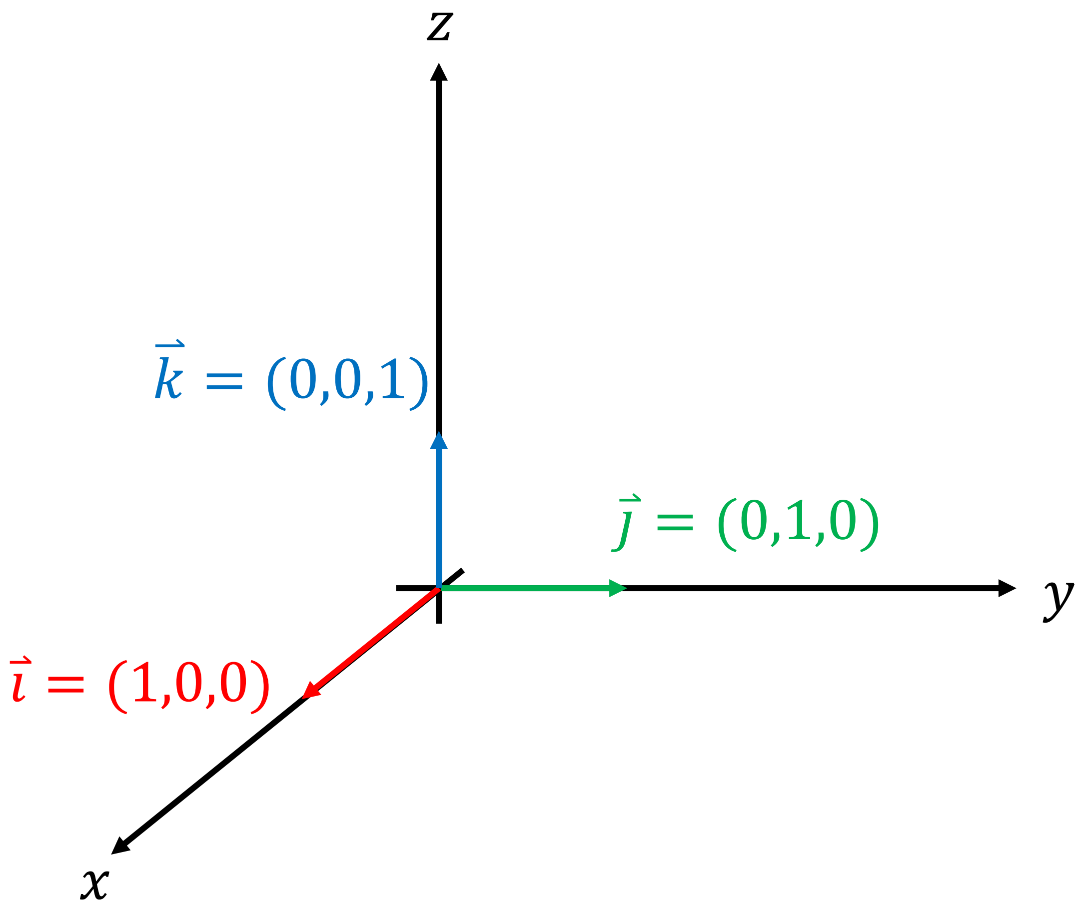
$$\vec{\imath} \wedge \vec{\jmath} = ?$$

$$\vec{k} \wedge \vec{\jmath} = ?$$

$$\vec{k} \wedge \vec{\imath} = ?$$

$$\vec{\jmath} \wedge \vec{\imath} = ?$$

$$\vec{\jmath} \wedge \vec{\jmath} = ?$$



Vecteurs parallèles

Le produit vectoriel est utile pour tester la colinéarité de deux vecteurs. En effet, deux vecteurs sont **parallèles** si et seulement si leur produit vectoriel est nul.

$$\vec{a} \;//\; \vec{b} \iff \vec{a} \wedge \vec{b} = 0$$

Produit vectoriel de deux vecteurs $\vec{a} \wedge \vec{b}$

Le produit vectoriel de $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ *et* $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ *peut se faire en composantes via la formule suivante :*

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \left(a_2 b_3 - a_3 b_2\,, -a_1 b_3 + a_3 b_1\,, a_1 b_2 - a_2 b_1\right)$$

Produit vectoriel de deux vecteurs $\vec{a} \wedge \vec{b}$

Le calcul s'exprime bien à l'aide de determinants que nous verrons plus tard

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = \underbrace{(a_2 b_3 - a_3 b_2)}_{\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}}\vec{i} - \underbrace{(a_1 b_3 - a_3 b_1)}_{\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix}}\vec{j} + \underbrace{(a_1 b_2 - a_2 b_1)}_{\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}}\vec{k}$$

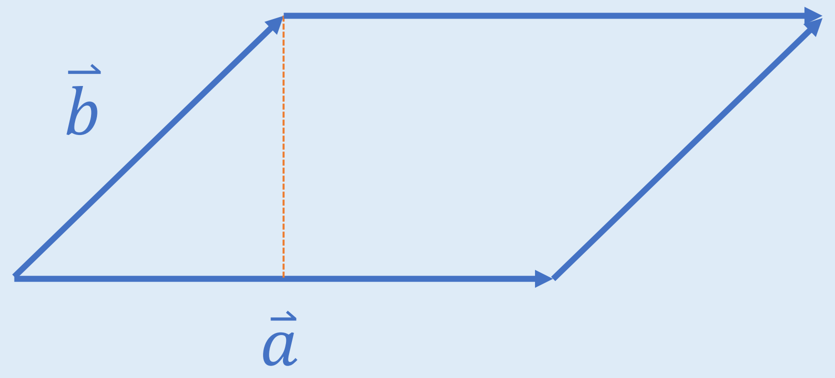
Où un déterminant 2x2 se calcule comme $\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = AD - BC$

-

Interprétation visuelle du produit vectoriel $\vec{a} \wedge \vec{b}$

Le produit vectoriel $\vec{a} \wedge \vec{b}$ *calcule l'aire du parallélogramme engendré par les deux vecteurs*

$$Aire\ du\ parallélogramme = \|\vec{\boldsymbol{a}} \wedge \vec{\boldsymbol{b}}\|$$



Algèbre vectorielle sur la TI

Définir un vecteur	**a:=[a_1 , a_2 , a_3]**
Norme/Module	norm(a)
Somme	a+b
Différence	a-b
Multiplication par un scalaire k	ka
Vecteur unitaire	unitv(a)
Produit scalaire *(dot product)*	dotp(a,b)
Produit vectoriel *(cross product)*	crossp(a,b)

Exemple 6 : Avec la TI

a) *Calculez l'aire du parallélogramme engendré par les vecteurs* $\vec{u} = (1,2,3)$ *et* $\vec{v} = (-3,0,1)$

b) *Vérifiez que le vecteur* $\vec{u} \wedge \vec{v}$ *est perpendiculaire aux deux autres*