Atelier d’algèbre 3
MAT145

Les fractions

Kathleen Pineau
Professeure enseignante associée
Hiver 2026

L'exercice suivant est extrêmement important!

2.5 Dérivez les fonctions suivantes. Donnez le résultat avec exposants positifs et dénominateur commun.

(a) $f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 4x - 80$

(b) $f(x) = x^3 + 5$

(c) $f(x) = \sqrt{x} + x$

(d) $f(x) = x - \sqrt[3]{x^5}$

(e) $f(x) = \dfrac{2}{x}$

(f) $f(x) = \dfrac{1}{x^4} - x^4$

(g) $f(x) = \pi x^2$

(h) $f(x) = \dfrac{2}{x^4}$

(i) $f(x) = \sqrt{3}x^5$

(j) $f(x) = \dfrac{2 + x + 8x^3}{x^4}$

(k) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}} + \sqrt[3]{x}$

(l) $f(x) = x^2(2x^4 - 6x^3)$

(m) $f(x) = \dfrac{x^4 + x^2 + 5}{x^2}$

(n) $f(x) = x + \pi^2$

(o) $f(x) = \dfrac{16x^8 + 6x^4 + 1}{2x^4}$

(p) $f(x) = \dfrac{5x^2 - 2}{x^2}$

(q) $f(x) = 10\sqrt[5]{x^6}$

(r) $f(x) = 6\sqrt[3]{x^2}$

(s) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x}}$

(t) $f(x) = (x^3 - 1)(x^3 + 1)$

(u) $f(x) = \dfrac{12x^{10} - 3x^3 + 4}{4x^2}$

Pour répondre à cette question, on doit

- ✓ connaitre l'ordre de priorité des opérations
- ✓ distinguer entre un terme et un facteur
- ✓ utiliser les règles des exposants
- ✓ traduire les radicaux en exposants fractionnaires
- utiliser les propriétés des fractions pour réécrire et simplifier avant de dériver
- ✓ utiliser les règles et les formules de dérivation (MAT145)
- mettre au dénominateur commun

2.25 Dérivez les fonctions suivantes et comparez votre résultat avec celui d'un calculateur symbolique.
Conseil: avant d'utiliser la règle de la dérivée d'un produit ou celle d'un quotient, regardez s'il est possible de simplifier l'expression.

(a) $f(x) = x^5 2^x$

(b) $f(x) = e^x \cos(x)$

(c) $f(x) = \dfrac{\sin(x)}{x^2}$

(d) $f(x) = \dfrac{x^4+1}{x^4-1}$

(e) $f(x) = \dfrac{e^x}{x-1}$

(f) $f(x) = \dfrac{x}{2x^3-x^4}$

(g) $f(x) = \dfrac{\tan(x)}{x}$

(h) $f(x) = (x^4+1)(x^4-1)$

(i) $f(x) = x^4 \sec(x)$

(j) $f(x) = \sqrt{x}\sin(x)$

(k) $f(x) = \dfrac{3x^2}{4x^2+3}$

(l) $f(x) = \dfrac{4x^2+3}{3x^2}$

(m) $f(x) = \dfrac{\sin(x)+6\cos(x)}{\cos(x)}$

2.26 Dérivez les fonctions suivantes et comparez votre résultat avec celui d'un calculateur symbolique.

(a) $f(x) = \cos(2x)$

(b) $f(x) = \sin^3(x)$

(c) $f(x) = \arcsin(x^3)$

(d) $f(x) = \ln(\cos x) - 4x^3$

(e) $f(x) = e^{3x+1}$

(f) $f(x) = \left(5x^2+x+10\right)^6$

(g) $f(x) = \sqrt{x^2+1}$

(h) $f(x) = \sin(x^3+4x)$

(i) $f(x) = \sin(5)$

(j) $f(x) = \log_2(x^3-1)$

(k) $f(x) = 2\arctan(3x)$

(l) $f(x) = 3\pi^2\ln(2x+1)$

(m) $f(x) = \cos^2(x)+\sin^2(x)$

(n) $f(x) = e^{-3x}\cos(5x)$

(o) $f(x) = e^{-x/2}(\cos(3x)+\sin(3x))$

(p) $f(x) = \left(\dfrac{x-5}{x+2}\right)^3$

(q) $f(x) = (4x-3)^9(5-x)^4$

(r) $f(x) = x\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)$

(s) $f(x) = \sqrt[5]{\dfrac{x^3+2}{x^3-2}}$

(t) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{5x-1}}$

(u) $f(x) = \dfrac{\pi}{4} - \arccos(x^4)$

(v) $f(x) = \cos^2(\sqrt{2x+1})$

2.27 Dérivez les fonctions suivantes et comparez votre résultat avec celui d'un calculateur symbolique.

(a) $f(x) = \dfrac{20}{9+5x}$

(b) $f(x) = \dfrac{9+5x}{20}$

(c) $f(x) = -\dfrac{6}{x^3}$

(d) $f(x) = \dfrac{10+9x+20x^2}{5x}$

(e) $f(t) = t^2e^{-2t}$

(f) $g(t) = \sqrt{4-t^2}$

(g) $x(t) = \dfrac{t^2+3}{\sqrt{t}}$

(h) $x(t) = 4-3t\sin(t^3)$

(i) $f(t) = \sqrt{t} - \dfrac{1}{\sqrt{t}} + e^{\sqrt{t}}$

(j) $h(t) = e^{-t}\sin(t)$

(k) $f(t) = \dfrac{1}{t^2+5}$

(l) $x(t) = \dfrac{5}{\left(t^2-4\right)^3}$

(m) $T(t) = t^2\sqrt{t^2+1}$

(n) $f(t) = t^3 e^{\sin(t)}$

(o) $f(x) = \sin(\sqrt{x})$

(p) $f(x) = \dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

(q) $y(x) = e^{\pi}+x^{\pi}$

(r) $y(x) = \dfrac{\sin^2(x)}{x}$

(s) $f(x) = \dfrac{x^2+a^2}{x^2}$ avec a $\in \mathbb{R}$

Distributivité et mise en évidence

Aide-mémoire algèbre et trigo

Opérations arithmétiques

$$\boxed{a(b+c) = ab+ac}$$

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$$

$$\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$$

$$\frac{a/b}{c/d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$$

Distributivité : un facteur se distribue sur des termes

$$2x\cdot(\boxed{3x}+\boxed{5}) = \boxed{2x\cdot 3x} + \boxed{2x\cdot 5} = 2\cdot 3\cdot x\cdot x\cdot+2\cdot 5\cdot x = 6x^2+10x$$

DÉVELOPPER $\longrightarrow$

(transformer un produit en somme)

FACTORISER $\longleftarrow$

(transformer une somme en produit)

Mise en évidence : on sort un facteur commun à tous les termes

Aide-mémoire algèbre et trigo

Opérations arithmétiques

$a(b+c) = ab + ac$

$\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d} = \dfrac{ad+bc}{bd}$

$\dfrac{a+b}{c} = \dfrac{a}{c} + \dfrac{b}{c}$

$$\boxed{\dfrac{a/b}{c/d} = \dfrac{a}{b} \times \dfrac{d}{c} = \dfrac{ad}{bc}}$$

Autres façon de l'écrire :

$$\frac{a/b}{c/d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$\boxed{\frac{\frac{2}{5x^3}}{\frac{1}{2x}} = \frac{2}{5x^3} \div \frac{1}{2x} = \frac{2}{5x^3} \cdot \frac{2x}{1} = \frac{2 \cdot 2x}{5x^3 \cdot 1} = \frac{4x}{5x^3}} = \frac{4}{5} \cdot \frac{x}{x^3} = \frac{4}{5} x^{1-3} = \frac{4}{5} x^{-2} = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{x^2} = \frac{4}{5x^2}$$

Aide-mémoire algèbre et trigo

Opérations arithmétiques

$$a(b+c) = ab + ac \qquad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

$$\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c} \qquad \boxed{\frac{a/b}{c/d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}}$$

$$\frac{2}{\frac{3}{x}} = \frac{\frac{2}{1}}{\frac{3}{x}} = \frac{2}{1} \cdot \frac{x}{3} = \frac{2x}{3}$$

$$\frac{\frac{2}{3}}{x} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{x}{1}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{x} = \frac{2}{3x}$$

Aide-mémoire algèbre et trigo

Opérations arithmétiques

$$a(b+c) = ab + ac \qquad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

$$\boxed{\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}} \qquad \frac{a/b}{c/d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

$\Rightarrow$

Utile avant de dériver…

$$\frac{5x^2+4}{3} = \frac{5x^2}{3} + \frac{4}{3} = \frac{5}{3} \cdot x^2 + \frac{4}{3}$$

$\Leftarrow$

Utile pour simplifier…
l'addition de termes ayant le même dénominateur

$$\frac{2x+5}{5} + \frac{3}{5} = \frac{2x+5+3}{5} = \frac{2x+8}{5} = \frac{2(x+4)}{5}$$

Aide-mémoire algèbre et trigo

Opérations arithmétiques

$$a(b+c) = ab + ac \qquad \boxed{\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}}$$

$$\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c} \qquad \frac{a/b}{c/d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Addition de termes dont les dénominateurs sont différents

La mise au dénominateur commun…

$$\frac{1}{3x} + \frac{5}{x^2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3x} \cdot \underbrace{\boxed{\frac{x}{x}}}_{1} + \frac{5}{x^2} \cdot \underbrace{\boxed{\frac{3}{3}}}_{1} - \frac{1}{3} \cdot \underbrace{\boxed{\frac{x^2}{x^2}}}_{1} = \frac{x+15-x^2}{3x^2} = \frac{-x^2+x+15}{3x^2}$$

Plus petit dénominateur commun

1. Factoriser les dénominateurs de toutes les fractions.
2. Écrire tous les facteurs du dénominateur de la première fraction.
3. Accoler les facteurs du deuxième dénominateur qui n'y sont pas déjà, et ainsi de suite avec les autres dénominateurs.

$$\frac{1}{10}+\frac{1}{24}=\frac{1}{2\cdot 5}+\frac{1}{2\cdot 2\cdot 2\cdot 3} \longrightarrow \boxed{\frac{}{2\cdot 5\cdot 2\cdot 2\cdot 3}}$$

$$\frac{3}{10}+\frac{5}{6}+\frac{2}{9}=\frac{3}{2\cdot 5}+\frac{5}{2\cdot 3}+\frac{2}{3\cdot 3}=\frac{\dots}{2\cdot 5\cdot 3\cdot 3}$$

$$=\frac{3}{2\cdot 5}\cdot\underbrace{\boxed{\frac{3\cdot 3}{3\cdot 3}}}_{1}+\frac{5}{2\cdot 3}\cdot\underbrace{\boxed{\frac{5\cdot 3}{5\cdot 3}}}_{1}-\frac{2}{3\cdot 3}\cdot\underbrace{\boxed{\frac{2\cdot 5}{2\cdot 5}}}_{1}$$

$$=\frac{3^3+5^2\cdot 3+2^2\cdot 5}{2\cdot 5\cdot 3\cdot 3}=\frac{27+75+20}{2\cdot 5\cdot 3\cdot 3}$$

$$=\frac{122}{2\cdot 5\cdot 3\cdot 3}=\frac{\cancel{2}\cdot 61}{\cancel{2}\cdot 5\cdot 3\cdot 3}=\frac{61}{45}$$

Quel est le plus petit dénominateur commun ?

1) $$\frac{5}{x-1}-\frac{3-x}{(x-1)^2}+\frac{2x-1}{(x-1)^3}=\frac{\dots}{(x-1)^3}$$

2) $$\frac{2x+2h+3}{x+h}-\frac{2x+3}{x}=\frac{\dots}{x(x+h)}$$

Simplification de la dérivée obtenue

MAT145, P1 : p.55

2.5 Dérivez les fonctions suivantes. Donnez le résultat avec exposants positifs et dénominateur commun.

(a) $f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 4x - 80$

(b) $f(x) = x^3 + 5$

(c) $f(x) = \sqrt{x} + x$

(d) $f(x) = x - \sqrt[3]{x^5}$

(e) $f(x) = \dfrac{2}{x}$

(f) $f(x) = \dfrac{1}{x^4} - x^4$

(g) $f(x) = \pi x^2$

(h) $f(x) = \dfrac{2}{x^4}$

(i) $f(x) = \sqrt{3}x^5$

(j) $f(x) = \dfrac{2 + x + 8x^3}{x^4}$

(k) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}} + \sqrt[3]{x}$

(l) $f(x) = x^2(2x^4 - 6x^3)$

(m) $f(x) = \dfrac{x^4 + x^2 + 5}{x^2}$

(n) $f(x) = x + \pi^2$

(o) $f(x) = \dfrac{16x^8 + 6x^4 + 1}{2x^4}$

(p) $f(x) = \dfrac{5x^2 - 2}{x^2}$

(q) $f(x) = 10\sqrt[5]{x^6}$

(r) $f(x) = 6\sqrt[3]{x^2}$

(s) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x}}$

(t) $f(x) = (x^3 - 1)(x^3 + 1)$

(u) $f(x) = \dfrac{12x^{10} - 3x^3 + 4}{4x^2}$

Exemple de MAT145

MAT145,P1 : p.53, ex. 2.11

$$
\begin{aligned}
f'(x) &= \left[\frac{6x^7}{x^3} - \frac{7x^2}{x^3} + \frac{10}{x^3}\right]' \\
&= \left[6x^4 - 7x^{-1} + 10x^{-3}\right]' \\
&= \left[6x^4\right]' - \left[7x^{-1}\right]' + \left[10x^{-3}\right]' \\
&= 6[x^4]' - 7[x^{-1}]' + 10[x^{-3}]' \\
&= 6 \cdot 4x^3 - 7 \cdot (-1)x^{-2} + 10 \cdot (-3)x^{-4} \\
&= 24x^3 + \frac{7}{x^2} - \frac{30}{x^4}
\end{aligned}
$$

Règles de dérivation

1. $(c\,u)' = c\,u'$
2. $(u+v)' = u' + v'$
3. $(u-v)' = u' - v'$
4. $(u\,v)' = u'\,v + u\,v'$
5. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'\,v - u\,v'}{v^2}$
6. $\left(v(u(x))\right)' = v'(u(x))\,u'(x)$ $= v'(u)\,u'(x) = \frac{dv}{du} \cdot \frac{du}{dx}$

et le plus petit dénominateur commun ?

Exemple de MAT145 (suite)

$$
\begin{aligned}
f'(x) &= \left[\frac{6x^7}{x^3} - \frac{7x^2}{x^3} + \frac{10}{x^3}\right]' \\
&= \left[6x^4 - 7x^{-1} + 10x^{-3}\right]' \\
&= \left[6x^4\right]' - \left[7x^{-1}\right]' + \left[10x^{-3}\right]' \\
&= 6[x^4]' - 7[x^{-1}]' + 10[x^{-3}]' \\
&= 6\cdot 4x^3 - 7\cdot(-1)x^{-2} + 10\cdot(-3)x^{-4} \\
&= 24x^3 + \frac{7}{x^2} - \frac{30}{x^4}
\end{aligned}
$$

$$= 24x^3 \cdot \frac{x^4}{x^4} + \frac{7}{x^2} \cdot \frac{x^2}{x^2} - \frac{30}{x^4}$$

$$= \frac{24x^7 + 7x^2 - 30}{x^4}$$

Exemples : Écrire autrement avant de dériver

2.5 Dérivez les fonctions suivantes. Donnez le résultat avec exposants positifs et dénominateur commun.

(a) $f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 4x - 80$

(b) $f(x) = x^3 + 5$

(c) $f(x) = \sqrt{x} + x$

(d) $f(x) = x - \sqrt[3]{x^5}$

(e) $f(x) = \dfrac{2}{x}$

(f) $f(x) = \dfrac{1}{x^4} - x^4$

(g) $f(x) = \pi x^2$

(h) $f(x) = \dfrac{2}{x^4}$

(i) $f(x) = \sqrt{3}x^5$

(j) $f(x) = \dfrac{2 + x + 8x^3}{x^4}$

(k) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}} + \sqrt[3]{x}$

(l) $f(x) = x^2(2x^4 - 6x^3)$

(m) $f(x) = \dfrac{x^4 + x^2 + 5}{x^2}$

(n) $f(x) = x + \pi^2$

(o) $f(x) = \dfrac{16x^8 + 6x^4 + 1}{2x^4}$

(p) $f(x) = \dfrac{5x^2 - 2}{x^2}$

(q) $f(x) = 10\sqrt[5]{x^6}$

(r) $f(x) = 6\sqrt[3]{x^2}$

(s) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x}}$

(t) $f(x) = (x^3 - 1)(x^3 + 1)$

(u) $f(x) = \dfrac{12x^{10} - 3x^3 + 4}{4x^2}$

Aide-mémoire algèbre et trigo

Opérations arithmétiques

$$a(b+c) = ab + ac \qquad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

$$\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c} \qquad \frac{a/b}{c/d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Propriétés des exposants et des radicaux

$$a^m a^n = a^{m+n} \qquad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(ab)^n = a^n b^n \qquad (a^m)^n = a^{mn}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} \qquad \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = a^{\frac{m}{n}} \qquad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

2.25 Dérivez les fonctions suivantes et comparez votre résultat avec celui d'un calculateur symbolique.

Conseil: avant d'utiliser la règle de la dérivée d'un produit ou celle d'un quotient, regardez s'il est possible de simplifier l'expression.

(a) $f(x) = x^5 2^x$

(b) $f(x) = e^x \cos(x)$

(c) $f(x) = \dfrac{\sin(x)}{x^2}$

(d) $f(x) = \dfrac{x^4+1}{x^4-1}$

(e) $f(x) = \dfrac{e^x}{x-1}$

(f) $f(x) = \dfrac{x}{2x^3 - x^{\cdots}}$

(g) $f(x) = \dfrac{\tan(x)}{x}$

(h) $f(x) = (x^4+1)(x^4-1)$

(i) $f(x) = x^4 \sec(x)$

2.27 Dérivez les fonctions suivantes et comparez votre résultat avec celui d'un calculateur symbolique.

(a) $f(x) = \dfrac{20}{9+5x}$

(b) $f(x) = \dfrac{9+5x}{20}$

(c) $f(x) = -\dfrac{6}{x^3}$

(d) $f(x) = \dfrac{10+9x+20x^2}{5x}$

(e) $f(t) = t^2 e^{-2t}$

(f) $g(t) = \sqrt{4-t^2}$

(g) $x(t) = \dfrac{t^2+3}{\sqrt{t}}$

(h) $x(t) = 4 - 3t\sin(t^3)$

(i) $f(t) = \sqrt{t} - \dfrac{1}{\sqrt{t}} + e^{\sqrt{t}}$

(j) $h(t) = e^{-t}\sin(t)$

(k) $f(t) = \dfrac{1}{t^2+5}$

(l) $x(t) = \dfrac{5}{(t^2-4)^3}$

(m) $T(t) = t^2\sqrt{t^2+1}$

(n) $f(t) = t^3 e^{\sin(t)}$

(o) $f(x) = \sin(\sqrt{x})$

(p) $f(x) = \dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

(q) $y(x) = e^{\pi} + x^{\pi}$

(r) $y(x) = \dfrac{\sin^2(x)}{x}$

(s) $f(x) = \dfrac{x^2+a^2}{x^2}$ avec $a \in \mathbb{R}$

2.26 Dérivez les f… lique.

(a) $f(x) = \cos(2x$ …

(b) $f(x) = \sin^3(x$ …

(c) $f(x) = \arcsin$ …

(d) $f(x) = \ln(\cos$ …

(e) $f(x) = e^{3x+1}$

(f) $f(x) = (5x^2 + x + 10)$ …

(g) $f(x) = \sqrt{x^2+1}$

(h) $f(x) = \sin(x^3 + 4x)$

(i) $f(x) = \sin(5)$

(j) $f(x) = \log_2(x^3 - 1)$

(k) $f(x) = 2\arctan(3x)$

(l) $f(x) = 3\pi^2 \ln(2x+1)$

(m) $f(x) = \cos^2(x) + \sin^2(x)$

(r) $f(x) = x \sin\left(\dfrac{1}{x}\right)$

(s) $f(x) = \sqrt[5]{\dfrac{x^3+2}{x^3-2}}$

(t) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{5x-1}}$

(u) $f(x) = \dfrac{\pi}{4} - \arccos(x^4)$

(v) $f(x) = \cos^2(\sqrt{2x+1})$

Pour répondre aux questions 2.25, 2.26 et 2.27, on doit

- décoder l'expression à l'aide de l'ordre de priorité des opération pour déterminer la bonne règle ou formule de dérivation à utiliser

On procède selon l'ordre contraire de la priorité des opérations

- Simplifier l'expression obtenue

Combien de termes ?
Devrait-on/peut-on simplifier avant de dériver ?
Quelle est la dernière opération (la première à dériver) ?

Règles de dérivation

1. $(c\,u)' = c\,u'$
2. $(u+v)' = u' + v'$
3. $(u-v)' = u' - v'$
4. $(u\,v)' = u'v + u\,v'$
5. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - u\,v'}{v^2}$
6. $\left(v(u(x))\right)' = v'(u(x))\,u'(x) = v'(u)\,u'(x) = \frac{dv}{du}\cdot\frac{du}{dx}$

2.25 Dérivez les fonctions suivantes et comparez votre résultat avec celui d'un calculateur symbolique.
Conseil: avant d'utiliser la règle de la dérivée d'un produit ou celle d'un quotient, regardez s'il est possible de simplifier l'expression.

(a) $f(x) = x^5 2^x$

(b) $f(x) = e^x \cos(x)$ — Règle du produit

(c) $f(x) = \dfrac{\sin(x)}{x^2}$

(d) $f(x) = \dfrac{x^4+1}{x^4-1}$

(e) $f(x) = \dfrac{e^x}{x-1}$

(f) $f(x) = \dfrac{x}{2x^3 - x^4}$

(g) $f(x) = \dfrac{\tan(x)}{x}$

(h) $f(x) = (x^4+1)(x^4-1)$ — On développe avant de dériver

(i) $f(x) = x^4 \sec(x)$

(j) $f(x) = \sqrt{x}\sin(x)$

(k) $f(x) = \dfrac{3x^2}{4x^2+3}$ — Règle du quotient

(l) $f(x) = \dfrac{4x^2+3}{3x^2}$ — On développe avant de dériver

$$\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$$

(m) $f(x) = \dfrac{\sin(x) + 6\cos(x)}{\cos(x)}$

Combien de termes ?
Devrait-on/peut-on simplifier avant de dériver ?
Quelle est la dernière opération (la première à dériver) ?

Règles de dérivation

1. $(c\,u)' = c\,u'$
2. $(u+v)' = u' + v'$
3. $(u-v)' = u' - v'$
4. $(u\,v)' = u'\,v + u\,v'$
5. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'\,v - u\,v'}{v^2}$
6. $\left(v(u(x))\right)' = v'(u(x))\,u'(x) = v'(u)\,u'(x) = \frac{dv}{du}\cdot\frac{du}{dx}$

2.26 Dérivez les fonctions suivantes et comparez votre résultat avec celui d'un calculateur symbolique.

(a) $f(x) = \cos(2x)$

(b) $f(x) = \sin^3(x)$

(c) $f(x) = \arcsin(x^3)$

(d) $f(x) = \ln(\cos x) - 4x^3$ Règle 3, soustraction

(e) $f(x) = e^{3x+1}$

(f) $f(x) = \left(5x^2 + x + 10\right)^6$

(g) $f(x) = \sqrt{x^2+1}$

(h) $f(x) = \sin(x^3 + 4x)$

(i) $f(x) = \sin(5)$

(j) $f(x) = \log_2(x^3 - 1)$

(k) $f(x) = 2\arctan(3x)$ Règle 1, constante fois fonction

(l) $f(x) = 3\pi^2 \ln(2x+1)$

(m) $f(x) = \cos^2(x) + \sin^2(x)$

(n) $f(x) = e^{-3x}\cos(5x)$

(o) $f(x) = e^{-x/2}(\cos(3x) + \sin(3x))$

(p) $f(x) = \left(\frac{x-5}{x+2}\right)^3$ Formule, puissance

(q) $f(x) = (4x-3)^9(5-x)^4$ Règle 4, produit

(r) $f(x) = x\sin\left(\frac{1}{x}\right)$

(s) $f(x) = \sqrt[5]{\frac{x^3+2}{x^3-2}}$

(t) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{5x-1}}$ Réécriture et formule de puissance

(u) $f(x) = \frac{\pi}{4} - \arccos(x^4)$

(v) $f(x) = \cos^2(\sqrt{2x+1})$

Ressources

- Notes de cours en MAT144
  Pineau, K. et V. Gouaillier, **MAT144 Introduction aux mathématiques du génie : notes de cours 1re partie**, Mai 2022. Disponible en ligne sur le site du cours MAT144.

- Tutorat par les pairs **Nimbus** offert à l'ÉTS

- Plusieurs sites Internet
  Alloprof, Matema-tic, Khan Academy

Aide-mémoire algèbre et trigo

Opérations arithmétiques

$$a(b+c) = ab+ac \qquad \frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$$

$$\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c} \qquad \boxed{\frac{a/b}{c/d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}}$$

Si on a le temps... Simplifions

Produit remarquable $(a^2-b^2)=(a-b)(a+b)$

$$\frac{9x^3-4x}{3x^3-2x^2}=\frac{x(9x^2-4)}{x^2(3x-2)}=\frac{x}{x^2}\cdot\frac{(3x-2)(3x+2)}{(3x-2)}=x^{-1}(3x+2)=\frac{1}{x}\cdot\frac{(3x+2)}{1}=\frac{3x+2}{x}$$

Règle des exposants