Atelier d’algèbre 2
MAT145

Les exposants

Kathleen Pineau
Professeure enseignante associée
Hiver 2026

L'exercice suivant est extrêmement important!

2.5 Dérivez les fonctions suivantes. Donnez le résultat avec exposants positifs et dénominateur commun.

(a) $f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 4x - 80$

(b) $f(x) = x^3 + 5$

(c) $f(x) = \sqrt{x} + x$

(d) $f(x) = x - \sqrt[3]{x^5}$

(e) $f(x) = \dfrac{2}{x}$

(f) $f(x) = \dfrac{1}{x^4} - x^4$

(g) $f(x) = \pi x^2$

(h) $f(x) = \dfrac{2}{x^4}$

(i) $f(x) = \sqrt{3}x^5$

(j) $f(x) = \dfrac{2 + x + 8x^3}{x^4}$

(k) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}} + \sqrt[3]{x}$

(l) $f(x) = x^2(2x^4 - 6x^3)$

(m) $f(x) = \dfrac{x^4 + x^2 + 5}{x^2}$

(n) $f(x) = x + \pi^2$

(o) $f(x) = \dfrac{16x^8 + 6x^4 + 1}{2x^4}$

(p) $f(x) = \dfrac{5x^2 - 2}{x^2}$

(q) $f(x) = 10\sqrt[5]{x^6}$

(r) $f(x) = 6\sqrt[3]{x^2}$

(s) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x}}$

(t) $f(x) = (x^3 - 1)(x^3 + 1)$

(u) $f(x) = \dfrac{12x^{10} - 3x^3 + 4}{4x^2}$

Pour répondre à cette question, on doit

- connaitre l'ordre de priorité des opérations
- distinguer entre un terme et un facteur
- utiliser les règles des exposants
- traduire les radicaux en exposants fractionnaires
- utiliser les propriétés des fractions pour réécrire et simplifier avant de dériver
- utiliser les règles et les formules de dérivation (MAT145)
- mettre au dénominateur commun

Ordre de priorité des opérations, exposants et fractions

L'ordre de priorité des opérations

Lorsqu'on effectue une suite d'opérations sur des nombres réels, on doit respecter l'ordre de priorité suivant.

1. On commence par effectuer les opérations situées à l'intérieur des parenthèses.
   La barre d'une fraction, un radical ou une valeur absolue joue le rôle de parenthèses.
2. On calcule ensuite les puissances (exposants).
3. On poursuit avec les multiplications et les divisions de gauche à droite.
4. On termine avec les additions et les soustractions de gauche à droite.

Lorsqu'on veut modifier cet ordre, on introduit des parenthèses.

Aide-mémoire algèbre et trigo

Opérations arithmétiques

$$a(b+c) = ab + ac \qquad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

$$\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c} \qquad \frac{a/b}{c/d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Propriétés des exposants et des radicaux

$$a^m a^n = a^{m+n} \qquad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(ab)^n = a^n b^n \qquad (a^m)^n = a^{mn}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} \qquad \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = a^{\frac{m}{n}} \qquad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Rappels : ordre de priorité, termes et facteurs.

Encadrer les termes et
traduire sous la forme verticale

$$5x \div 3y - (2x+1) \div x - 1$$

L'expression $5x \div 3y - (2x+1) \div x - 1$ ressemble beaucoup à $5x \div (3y) - (2x+1) \div (x-1)$ mais elle est différente. Les parenthèses y font pour beaucoup !
Il y a 3 termes dans $5x \div 3y - (2x+1) \div x - 1$.

$$5x \div 3y - (2x+1) \div x - 1 = \boxed{5x \div 3y} + \boxed{-(2x+1) \div x} + \boxed{-1}$$

Encore une fois, les multiplications et les divisions s'effectuent de gauche à droite. Ainsi,

$$5x \div 3y = 5 \cdot x \div 3 \cdot y = ((5 \cdot x) \div 3) \cdot y = \frac{5 \cdot x}{3} \cdot y = \frac{5xy}{3}.$$

La dernière égalité, $\frac{5 \cdot x}{3} \cdot y = \frac{5xy}{3}$, résulte d'une propriété des fractions. Celles-ci seront présentées à la section suivante.
Finalement, puisque

$$-(2x+1) \div x = -\frac{2x+1}{x}$$

on a

$$5x \div 3y - (2x+1) \div x - 1 = \frac{5xy}{3} - \frac{2x+1}{x} - 1.$$

Coefficient et exposant

Le coefficient indique le nombre d'occurrences d'un terme dans une addition.

$$4a = a + a + a + a$$

Ici, 4 est un coefficient qui indique qu'il y a 4 termes a dans l'addition.

L'exposant indique le nombre d'occurrences d'un facteur dans une multiplication.

$$a^4 = a \cdot a \cdot a \cdot a$$

Ici, 4 est un exposant qui indique qu'il y a 4 facteurs a dans la multiplication.

Exposants entiers

Aide-mémoire algèbre et trigo

Propriétés des exposants et des radicaux

$$a^m a^n = a^{m+n} \qquad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a\,b)^n = a^n\,b^n \qquad (a^m)^n = a^{mn}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

1) $x^3 x^2 = x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x = x^{3+2} = x^5$

2) $(x^3)^2 = x^3 \cdot x^3 = x^{3\times 2} = x^6$

3) $\dfrac{x^3}{x^2} = \dfrac{\cancel{x} \cdot \cancel{x} \cdot x}{\cancel{x} \cdot \cancel{x}} \overbrace{=}^{\text{si } x \neq 0} x^{3-2} = x^1 = x$

4) $\dfrac{x^2}{x^3} = \dfrac{\cancel{x} \cdot \cancel{x} \cdot 1}{\cancel{x} \cdot \cancel{x} \cdot x} \overbrace{=}^{\text{si } x \neq 0} x^{2-3} = x^{-1} \overset{\text{déf}}{=} \dfrac{1}{x}, \ \text{si } x \neq 0$

Exposants entiers

Aide-mémoire algèbre et trigo

Propriétés des exposants et des radicaux

$$a^m a^n = a^{m+n} \qquad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a\,b)^n = a^n\, b^n \qquad (a^m)^n = a^{mn}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

5) $x^0 \overset{\text{déf}}{=} 1 \text{ , si } x \neq 0$

6) $(xy)^2 = (xy)(xy) = x^2 y^2$

7) $-3^2 = -9$ mais $(-3)^2 = (-3)(-3) = 9$

Exemples de simplification

$$\frac{a^{-3}b}{a^2b^2}=\frac{a^{-3}}{a^2}\cdot\frac{b}{b^2}$$

$$=a^{-3-2}b^{1-2}=a^{-5}b^{-1}=\frac{1}{a^5b}$$

$$\frac{9a(bc)^0}{(-3ab)^2}=\frac{9a\cdot 1}{(-3)^2\,a^2b^2}$$

$$=\frac{9a}{9a^2b^2}=\frac{9}{9}\cdot\frac{a}{a^2}\cdot\frac{1}{b^2}$$

$$=1\cdot a^{1-2}\cdot b^{-2}=a^{-1}b^{-2}$$

$$=\frac{1}{ab^2}$$

Aide-mémoire algèbre et trigo

Opérations arithmétiques

$$a(b+c)=ab+ac \qquad \frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$$

$$\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c} \qquad \frac{a/b}{c/d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$$

Propriétés des exposants et des radicaux

$$a^m a^n=a^{m+n} \qquad \frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$$

$$(ab)^n=a^n b^n \qquad (a^m)^n=a^{mn}$$

$$a^{-n}=\frac{1}{a^n} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$$

Exemples : Écrire autrement avant de dériver

2.5 Dérivez les fonctions suivantes. Donnez le résultat avec exposants positifs et dénominateur commun.

(a) $f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 4x - 80$

(b) $f(x) = x^3 + 5$

(c) $f(x) = \sqrt{x} + x$

(d) $f(x) = x - \sqrt[3]{x^5}$

(e) $f(x) = \dfrac{2}{x}$

(f) $f(x) = \dfrac{1}{x^4} - x^4$

(g) $f(x) = \pi x^2$

(h) $f(x) = \dfrac{2}{x^4}$

(i) $f(x) = \sqrt{3}x^5$

(j) $f(x) = \dfrac{2 + x + 8x^3}{x^4}$

(k) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}} + \sqrt[4]{x}$

(l) $f(x) = x^2(2x^4 - 6x^3)$

(m) $f(x) = \dfrac{x^4 + x^2 + 5}{x^2}$

(n) $f(x) = x + \pi^2$

(o) $f(x) = \dfrac{16x^8 + 6x^4 + 1}{2x^4}$

(p) $f(x) = \dfrac{5x^2 - 2}{x^2}$

(q) $f(x) = 10\sqrt[5]{x^6}$

(r) $f(x) = 6\sqrt[3]{x^2}$

(s) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x}}$

(t) $f(x) = (x^3 - 1)(x^3 + 1)$

(u) $f(x) = \dfrac{12x^{10} - 3x^3 + 4}{4x^2}$

Aide-mémoire algèbre et trigo

Opérations arithmétiques

$a(b+c) = ab + ac$ $\qquad \dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d} = \dfrac{ad+bc}{bd}$

$\dfrac{a+b}{c} = \dfrac{a}{c} + \dfrac{b}{c}$ $\qquad \dfrac{a/b}{c/d} = \dfrac{a}{b} \times \dfrac{d}{c} = \dfrac{ad}{bc}$

Propriétés des exposants et des radicaux

$a^m a^n = a^{m+n}$ $\qquad \dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$(ab)^n = a^n b^n$ $\qquad (a^m)^n = a^{mn}$

$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ $\qquad \left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$

$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ $\qquad \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b}$

$\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = a^{\frac{m}{n}}$ $\qquad \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

Exposants rationnels

Aide-mémoire algèbre et trigo

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} \qquad \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = a^{\frac{m}{n}} \qquad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\sqrt[3]{a^2} = \left(\sqrt[3]{a}\right)^2 = a^{2/3}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{5}\cdot\sqrt{5} &= 5^{1/2}\cdot 5^{1/2}\\ &= 5^{1/2+1/2}\\ &= 5^1\\ &= 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2} &= \sqrt{2\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{2\frac{a^2}{2^2}}\\ &= \sqrt{\frac{a^2}{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}\,a}{2},\ \text{si } a \geq 0\end{aligned}$$

Exposants rationnels

Aide-mémoire algèbre et trigo

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} \qquad \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = a^{\frac{m}{n}} \qquad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\sqrt[5]{32} = 32^{1/5} = 2$$

$$\frac{4}{\sqrt[5]{x^3}} = \frac{4}{x^{3/5}} = 4x^{-3/5}$$

$$\sqrt[3]{27x} = \sqrt[3]{27}\,\sqrt[3]{x} = 3\sqrt[3]{x} = 3x^{1/3}$$

$$\left(\frac{2}{\sqrt[4]{x}}\right)^3 = \frac{8}{\left(x^{1/4}\right)^3} = \frac{8}{x^{3/4}} = 8x^{-3/4}$$

Exemples : Écrire autrement avant de dériver

2.5 Dérivez les fonctions suivantes. Donnez le résultat avec exposants positifs et dénominateur commun.

(a) $f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 4x - 80$

(b) $f(x) = x^3 + 5$

(c) $f(x) = \sqrt{x} + x$

(d) $f(x) = x - \sqrt[3]{x^5}$

(e) $f(x) = \dfrac{2}{x}$

(f) $f(x) = \dfrac{1}{x^4} - x^4$

(g) $f(x) = \pi x^2$

(h) $f(x) = \dfrac{2}{x^4}$

(i) $f(x) = \sqrt{3}x^5$

(j) $f(x) = \dfrac{2 + x + 8x^3}{x^4}$

(k) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}} + \sqrt[3]{x}$

(l) $f(x) = x^2(2x^4 - 6x^3)$

(m) $f(x) = \dfrac{x^4 + x^2 + 5}{x^2}$

(n) $f(x) = x + \pi^2$

(o) $f(x) = \dfrac{16x^8 + 6x^4 + 1}{2x^4}$

(p) $f(x) = \dfrac{5x^2 - 2}{x^2}$

(q) $f(x) = 10\sqrt[5]{x^6}$

(r) $f(x) = 6\sqrt[3]{x^2}$

(s) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x}}$

(t) $f(x) = (x^3 - 1)(x^3 + 1)$

(u) $f(x) = \dfrac{12x^{10} - 3x^3 + 4}{4x^2}$

Aide-mémoire algèbre et trigo

Propriétés des exposants et des radicaux

$a^m a^n = a^{m+n}$ $\qquad \dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$(ab)^n = a^n b^n$ $\qquad (a^m)^n = a^{mn}$

$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ $\qquad \left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$

$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ $\qquad \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b}$

$\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = a^{\frac{m}{n}}$ $\qquad \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

L'exercice suivant est extrêmement important!

2.5 Dérivez les fonctions suivantes. Donnez le résultat avec exposants positifs et dénominateur commun.

(a) $f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 4x - 80$

(b) $f(x) = x^3 + 5$

(c) $f(x) = \sqrt{x} + x$

(d) $f(x) = x - \sqrt[3]{x^5}$

(e) $f(x) = \dfrac{2}{x}$

(f) $f(x) = \dfrac{1}{x^4} - x^4$

(g) $f(x) = \pi x^2$

(h) $f(x) = \dfrac{2}{x^4}$

(i) $f(x) = \sqrt{3}x^5$

(j) $f(x) = \dfrac{2 + x + 8x^3}{x^4}$

(k) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}} + \sqrt[3]{x}$

(l) $f(x) = x^2(2x^4 - 6x^3)$

(m) $f(x) = \dfrac{x^4 + x^2 + 5}{x^2}$

(n) $f(x) = x + \pi^2$

(o) $f(x) = \dfrac{16x^8 + 6x^4 + 1}{2x^4}$

(p) $f(x) = \dfrac{5x^2 - 2}{x^2}$

(q) $f(x) = 10\sqrt[5]{x^6}$

(r) $f(x) = 6\sqrt[3]{x^2}$

(s) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x}}$

(t) $f(x) = (x^3 - 1)(x^3 + 1)$

(u) $f(x) = \dfrac{12x^{10} - 3x^3 + 4}{4x^2}$

Pour répondre à cette question, on doit

- ✓ connaitre l'ordre de priorité des opérations
- ✓ distinguer entre un terme et un facteur
- ✓ utiliser les règles des exposants
- ✓ traduire les radicaux en exposants fractionnaires
- • utiliser les propriétés des fractions pour réécrire et simplifier avant de dériver
- ✓ utiliser les règles et les formules de dérivation (MAT145)
- • mettre au dénominateur commun