Blitz trigonométrie

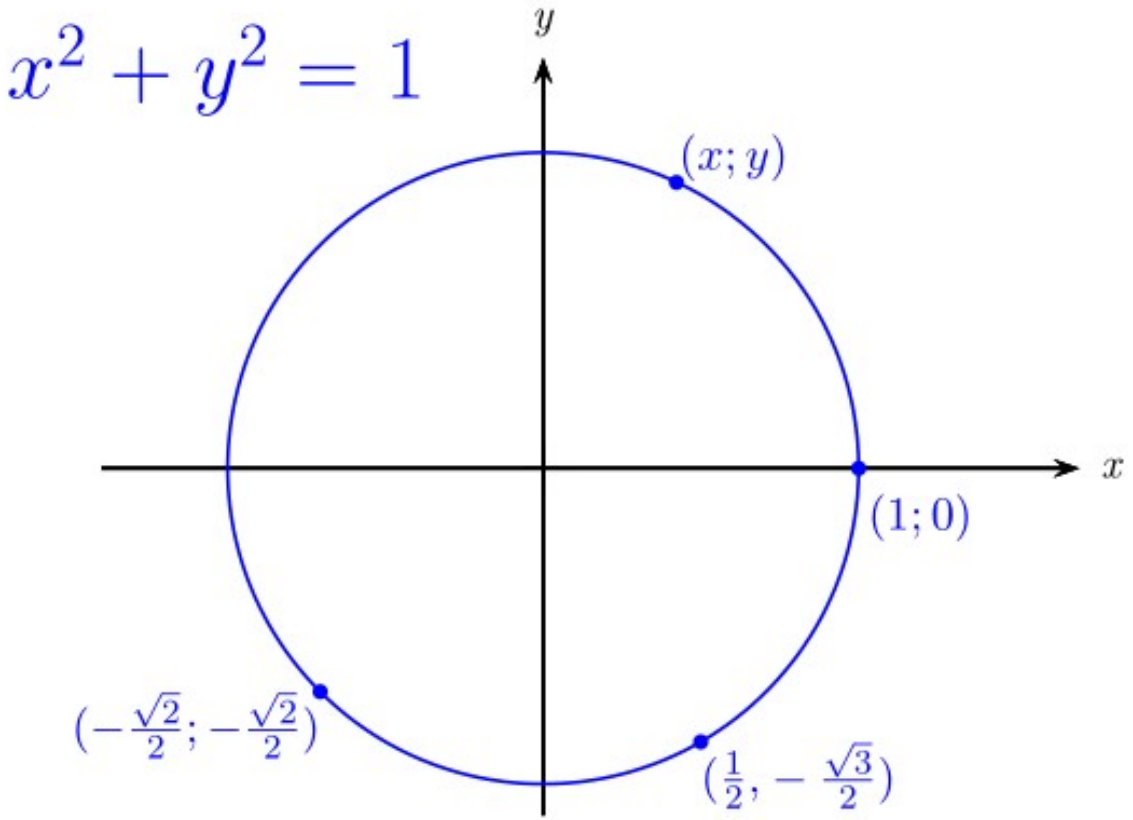
Kathleen Pineau
professeure enseignante associée
École de technologie supérieure

5 novembre 2025

- Le cercle trigonométrique et comment s'y retrouver
- Les fonctions trigonométriques et leurs réciproques

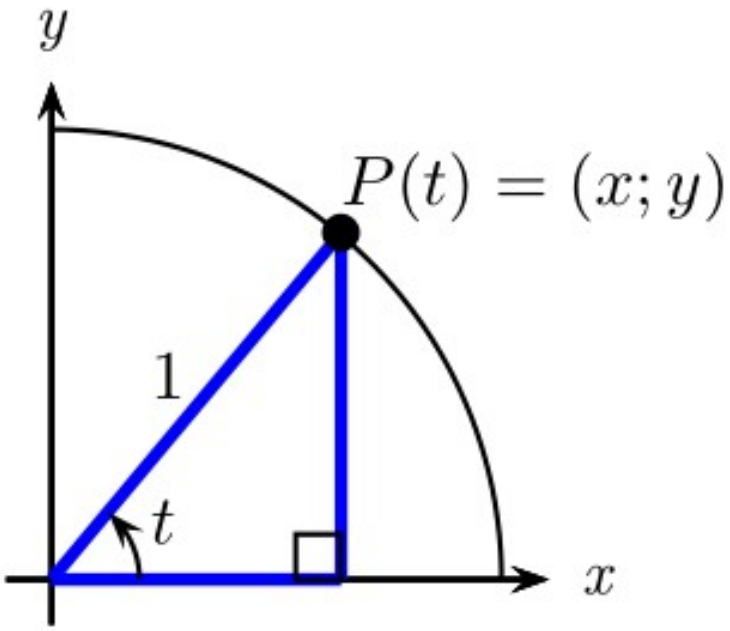
Le cercle trigonométrique $x^2 + y^2 = 1$

Le cercle trigonométrique est un cercle de rayon 1 centré à l'origine dans le plan cartésien.



Les fonctions trigonométriques

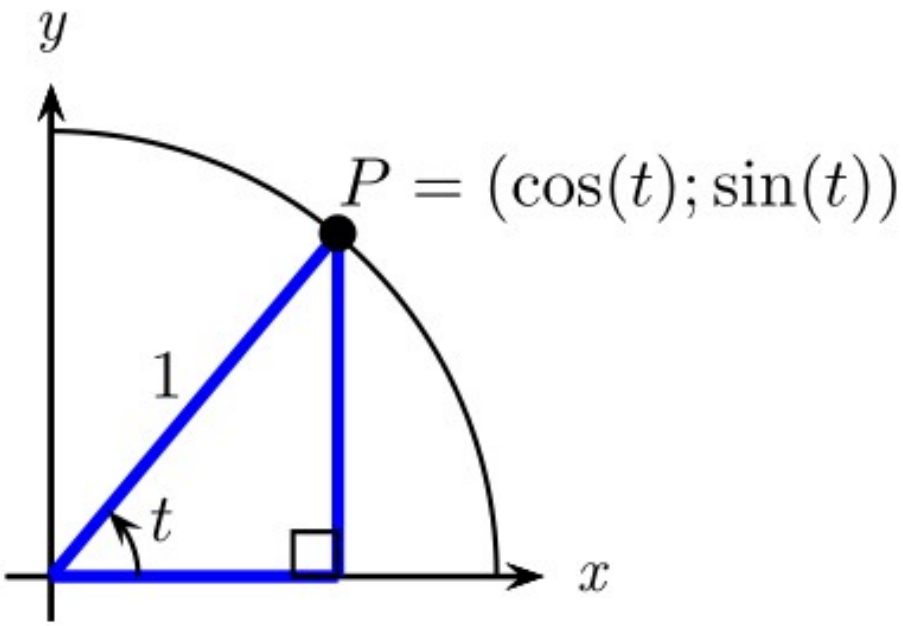
Dans le cas où un angle t est aigu, on peut déterminer les coordonnées d'un point $P(t)$ sur le cercle trigonométrique à l'aide des rapports trigo dans les triangles rectangles.



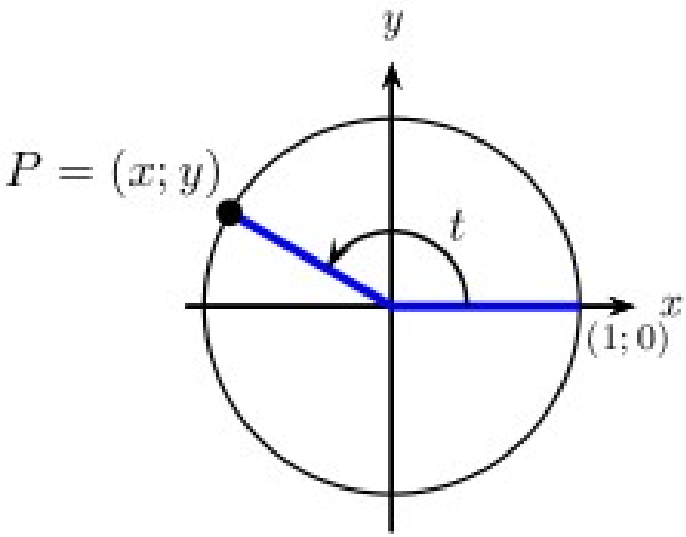
$$\cos(t) = \frac{adj}{hyp} = \frac{x}{1} = x$$

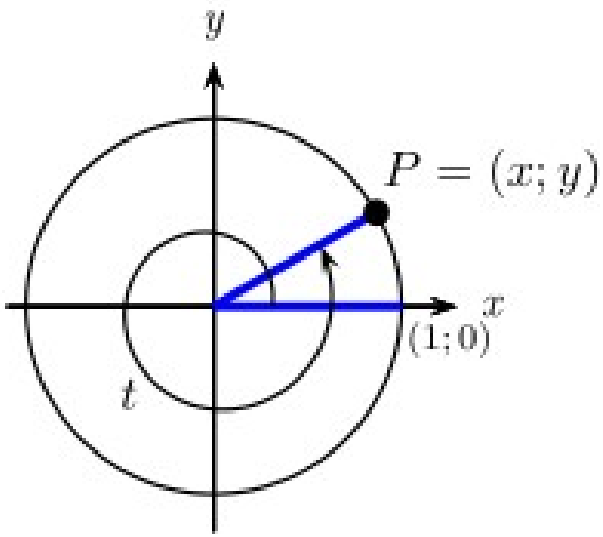
$$\sin(t) = \frac{opp}{hyp} = \frac{y}{1} = y$$

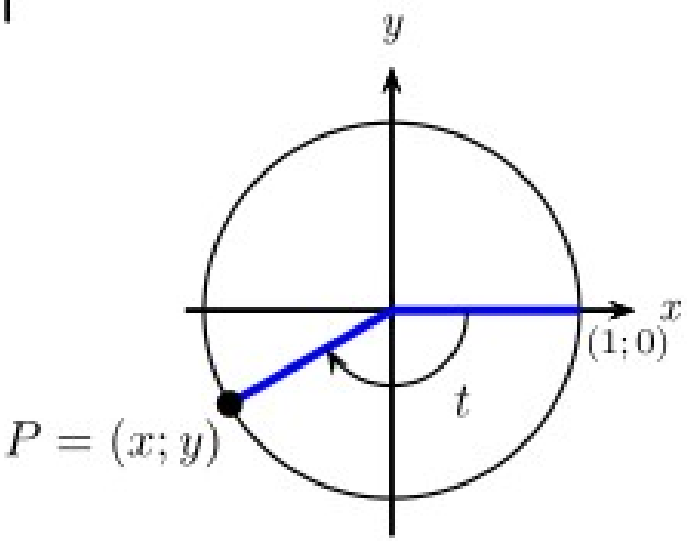
L'abscisse du point P est alors donnée par $\cos(t)$ et l'ordonnée par $\sin(t)$.



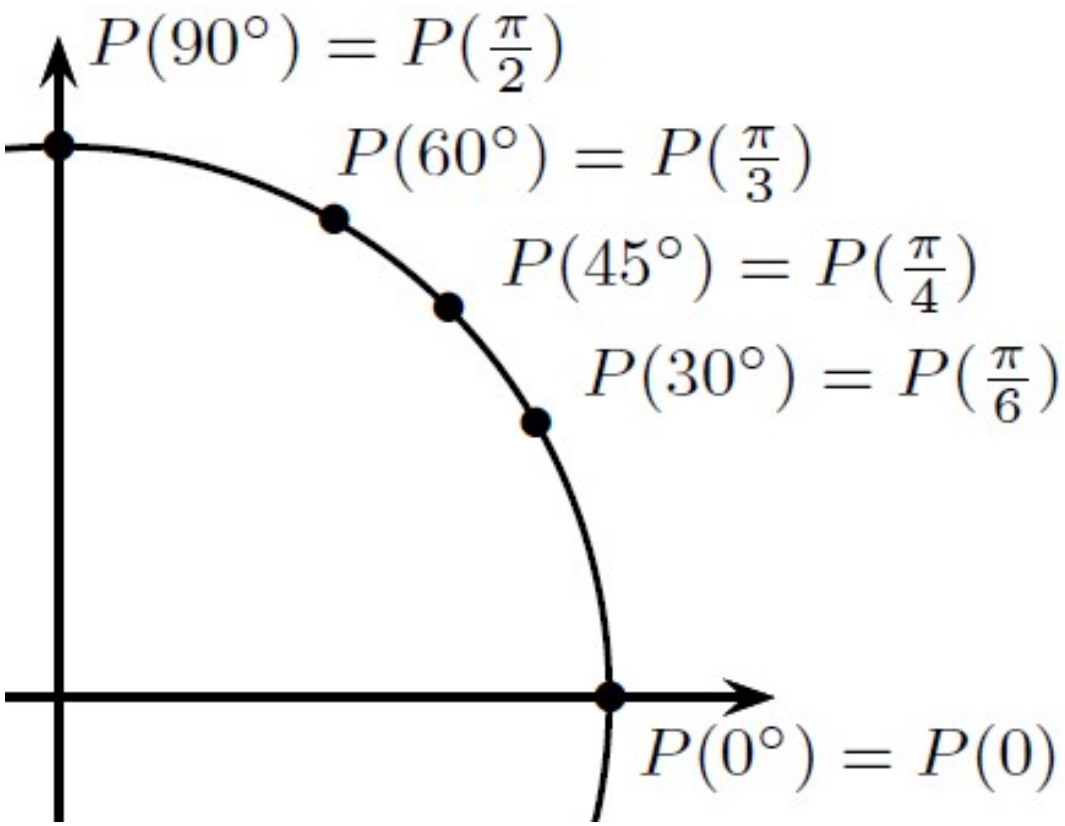
Les rapports trigonométriques peuvent maintenant être interprétés en fonction des coordonnées du point correspondant sur le cercle trigonométrique, généralisant ainsi les rapports dans un triangle rectangle.


y
P = (x; y)
t
x
(1; 0)


y
P = (x; y)
x
(1; 0)
t

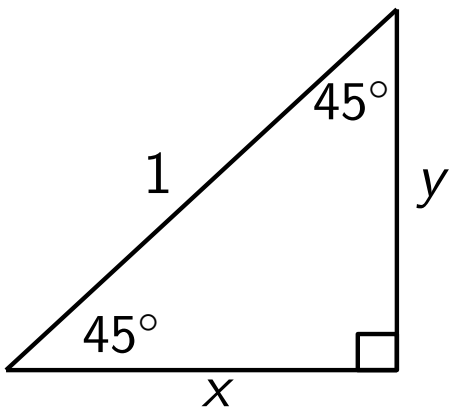

y
x
(1; 0)
t
P = (x; y)

Les points remarquables, premier quadrant



Les coordonnées de $P(45^\circ) = P(\frac{\pi}{4})$

Pour trouver les coordonnées du point, on considère le triangle isocèle dont l'hypoténuse est de longueur 1.

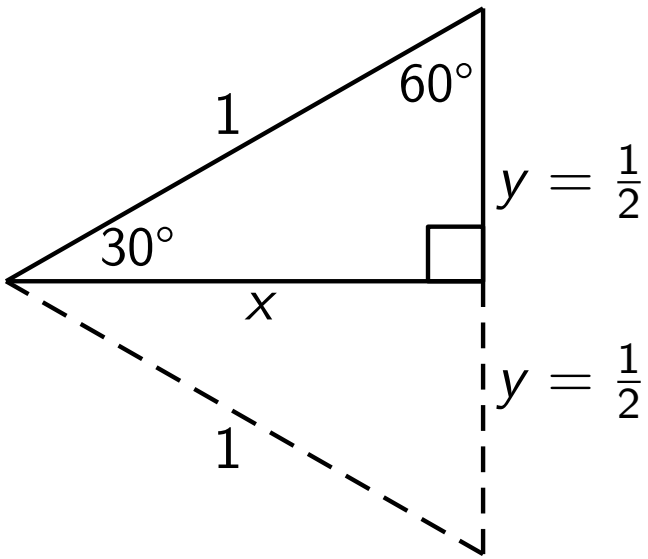


$$
\begin{aligned}
x^2 + y^2 &= 1 && \text{par Pythagore} \\
x^2 + x^2 &= 1 && \text{on substitue } y = x \\
2x^2 &= 1 && \text{on réduit} \\
x &= \sqrt{\tfrac{1}{2}} && \text{on résout pour } x,\ x > 0 \\
x &= \tfrac{\sqrt{2}}{2}
\end{aligned}
$$

Puisque $y = x$, $P(45^\circ) = P(\frac{\pi}{4}) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Les coordonnées de $P(30^\circ) = P(\frac{\pi}{6})$ et de $P(60^\circ) = P(\frac{\pi}{3})$

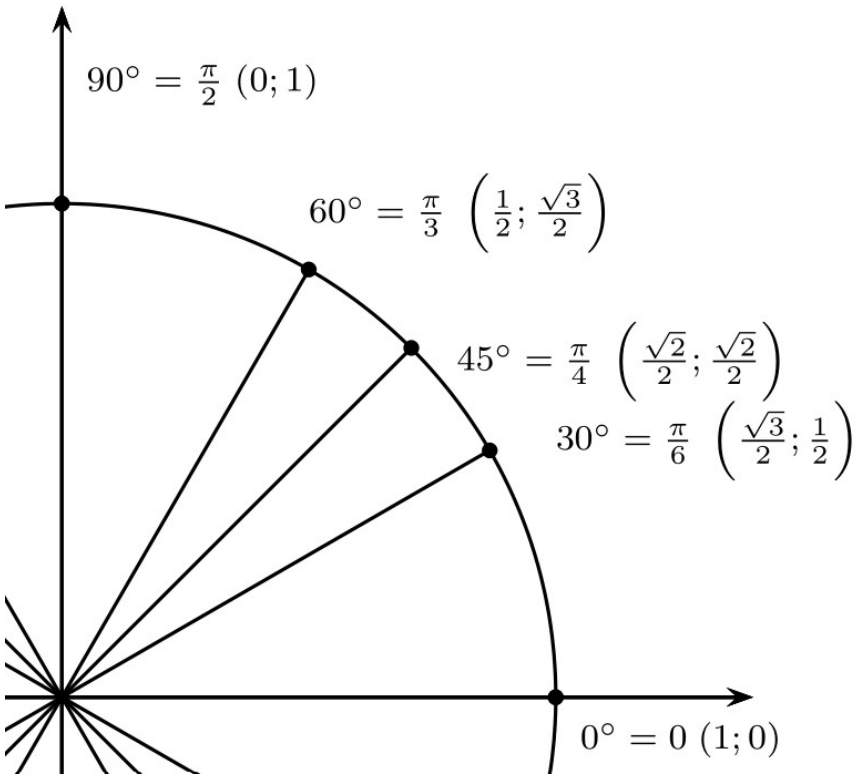
Pour déterminer les coordonnées de ces points, on considère le triangle équilatéral suivant.



$$
\begin{aligned}
x^2 + \left(\tfrac{1}{2}\right)^2 &= 1 && \text{par Pythagore} \\
x^2 + \tfrac{1}{4} &= 1 && \text{on évalue le carré} \\
x^2 &= \tfrac{3}{4} && \text{on isole } x^2 \\
x &= \sqrt{\tfrac{3}{4}} && \text{on résout pour } x,\ x > 0 \\
x &= \tfrac{\sqrt{3}}{2}
\end{aligned}
$$

Ainsi, $P(30^\circ) = P\left(\frac{\pi}{6}\right) = (\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2})$ et $P(60^\circ) = P\left(\frac{\pi}{3}\right) = (\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2})$

L'utilisation du cercle trigo, premier quadrant



$$\cos(60°) = ?$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = ?$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = ?$$

MAT145 Aide-mémoire algèbre et trigonométrie

Fonctions trigonométriques, valeurs principales

θ	θ en radians	$\sin(\theta)$	$\cos(\theta)$	$\tan(\theta)$
$0°$	0	0	1	0
$30°$	$\pi/6$	$1/2$	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/3$
$45°$	$\pi/4$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1
$60°$	$\pi/3$	$\sqrt{3}/2$	$1/2$	$\sqrt{3}$
$90°$	$\pi/2$	1	0	$\nexists$

c'est direct !

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = ?$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = ?$$

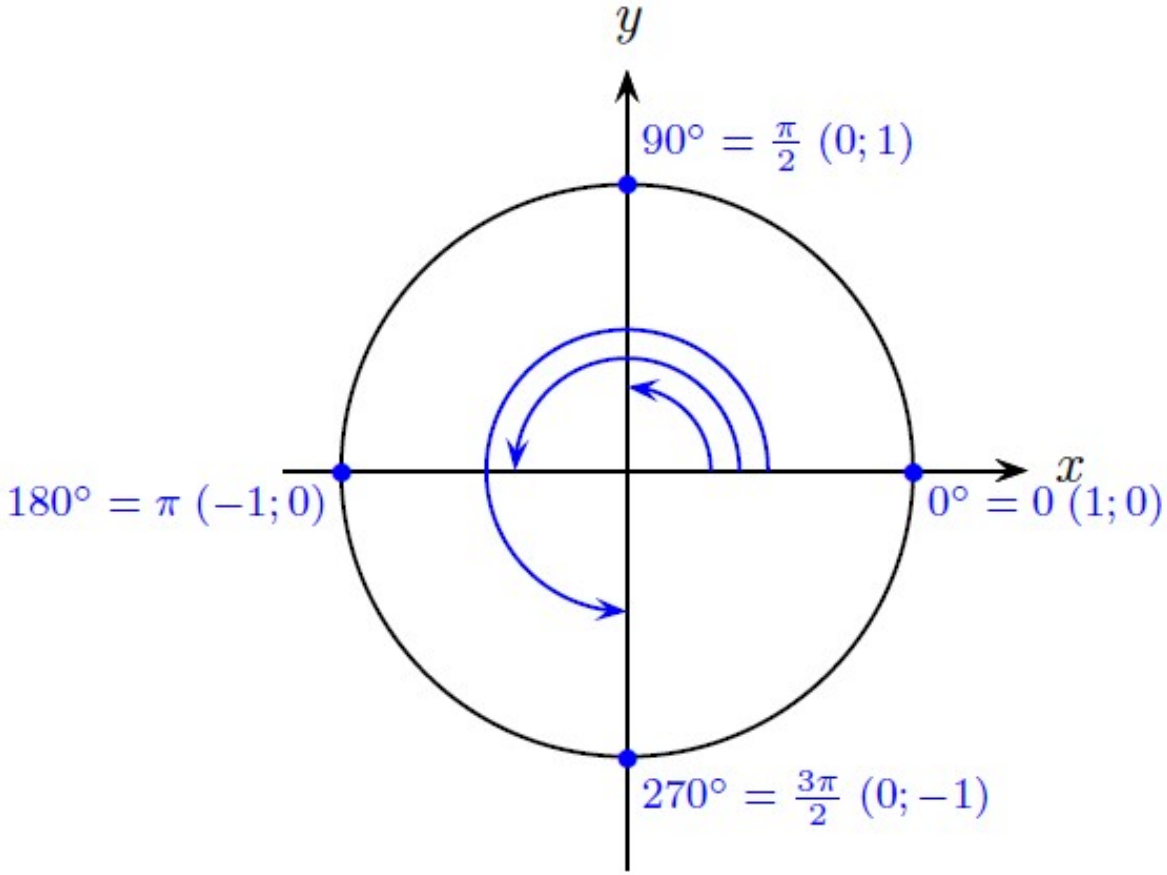
ou presque...

$$\sec(30°) = \frac{1}{\cos(30°)} = ?$$

que faire pour $\cos(\pi) = ?$ $\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = ?$ et $\tan\left(\frac{2\pi}{3}\right) = ?$

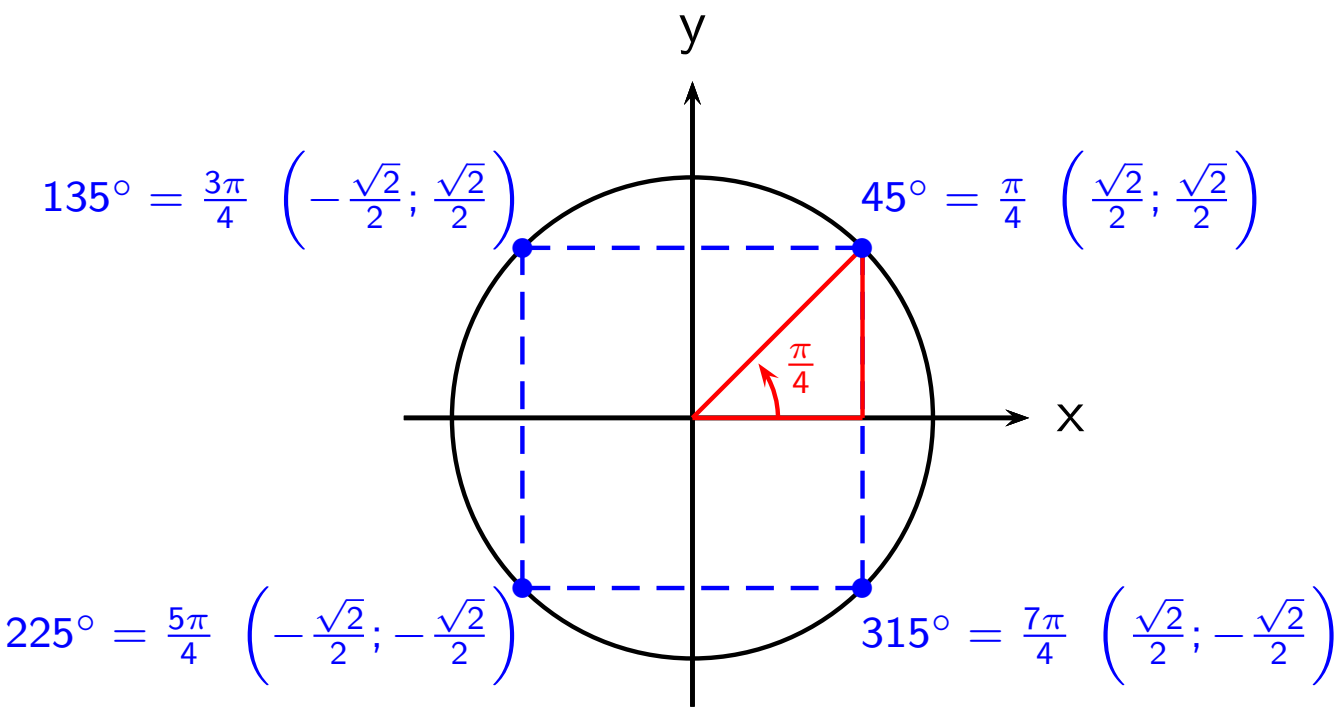
On utilise des symétries...

Les intersections avec les axes



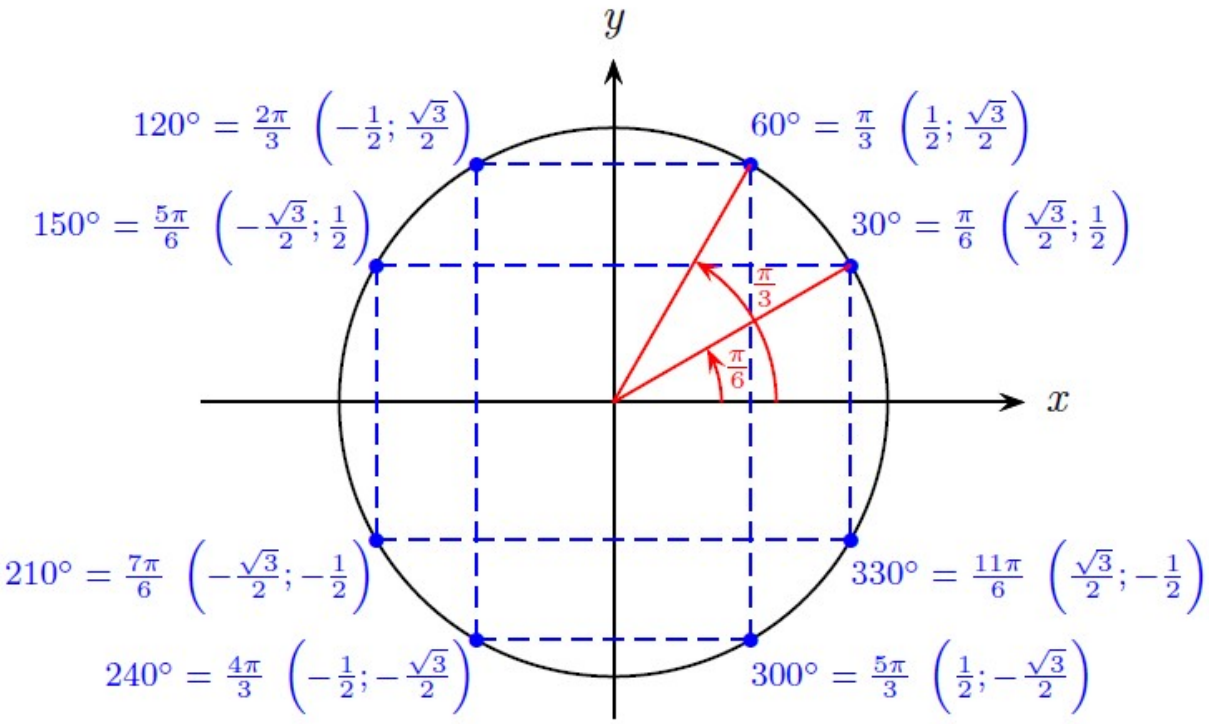
Exemples : $\cos(\pi) = -1$ et $\tan(270°) \nexists$

Les symétries, $45^\circ = \frac{\pi}{4}$



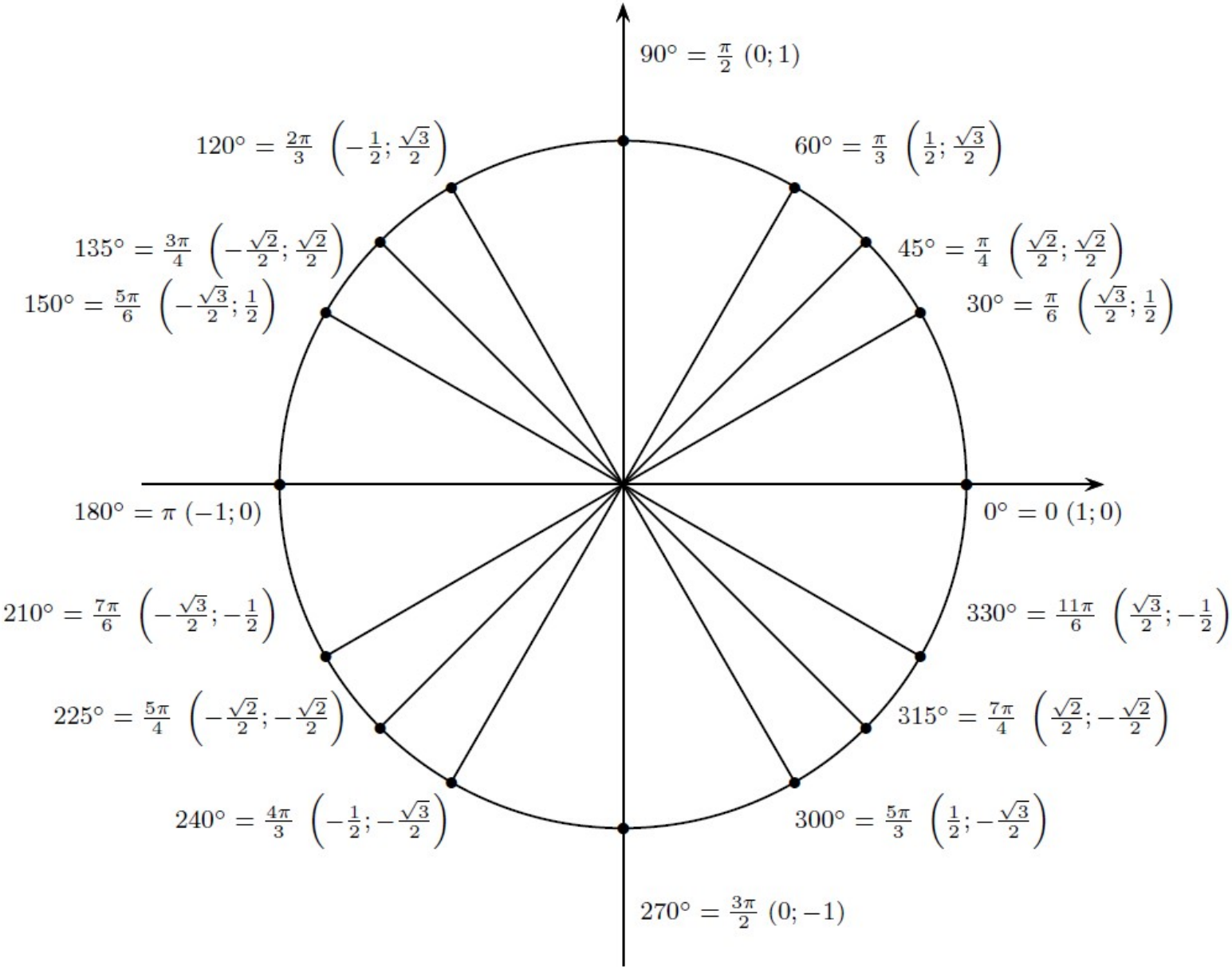
Exemples : $\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\cos(225^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Les symétries, $30^\circ = \frac{\pi}{6}$ et $60^\circ = \frac{\pi}{3}$



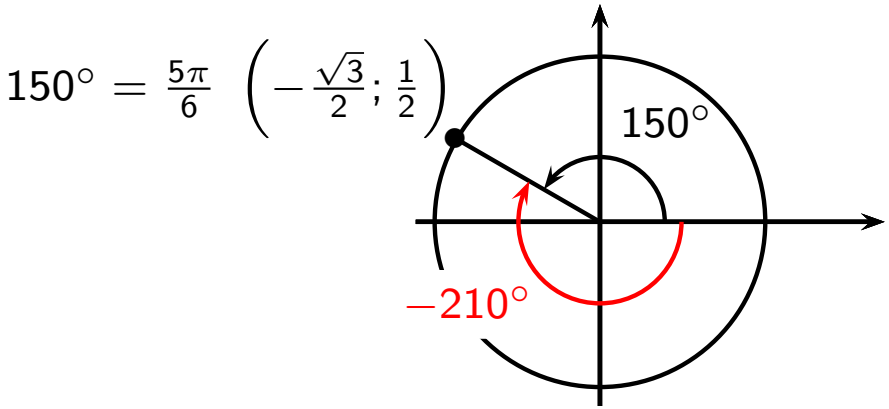
Exemple : $\tan\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}} = -\sqrt{3}$

Le cercle trigonométrique sur $[0; 360°] = [0; 2\pi]$



Exemple : $P\left(-210^\circ\right) = ?$

$$P(-210^\circ) = P(150^\circ) = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$$



Puisque les coordonnées des points sont identiques,

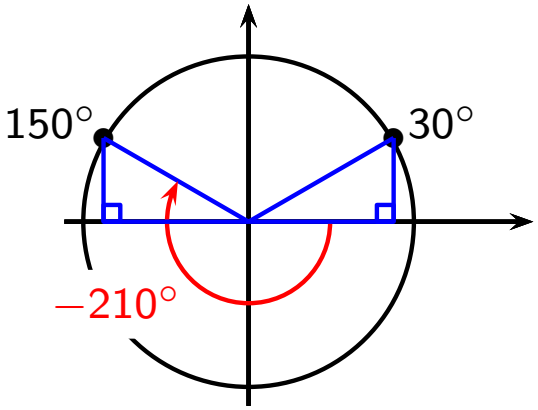
$$\sin\left(-210^\circ\right) = \sin\left(150^\circ\right) = \frac{1}{2}$$

$$\cos\left(-210^\circ\right) = \cos\left(150^\circ\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

même si $-210^\circ \neq 150^\circ$.

Avec l'aide-mémoire de MAT145, on fait comment ?

On utilise des symétries et un triangle de référence.



Fonctions trigonométriques, valeurs principales

θ	θ en radians	$\sin(\theta)$	$\cos(\theta)$	$\tan(\theta)$
0°	0	0	1	0
30°	$\pi/6$	$1/2$	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/3$
45°	$\pi/4$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1
60°	$\pi/3$	$\sqrt{3}/2$	$1/2$	$\sqrt{3}$
90°	$\pi/2$	1	0	$\nexists$

puisque $P(-210^\circ) = P(150^\circ)$ est dans le 2e quadrant, $(-,+)$,

$$\sin(-210^\circ) = \sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$$

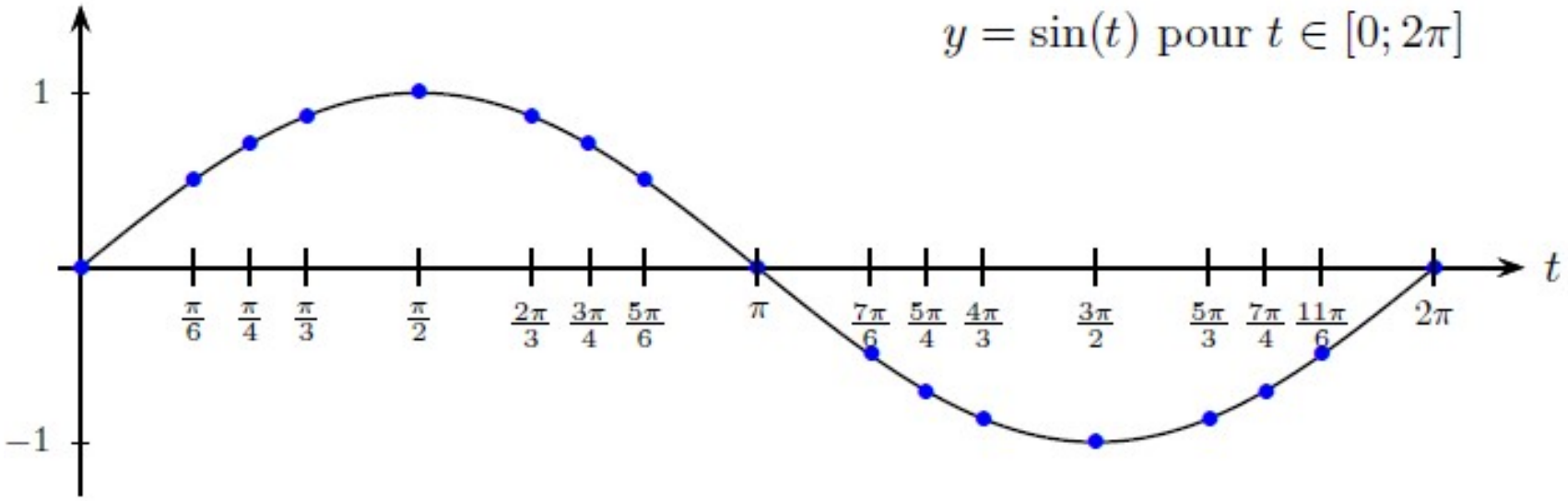
et

$$\cos(-210^\circ) = -\cos(30^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

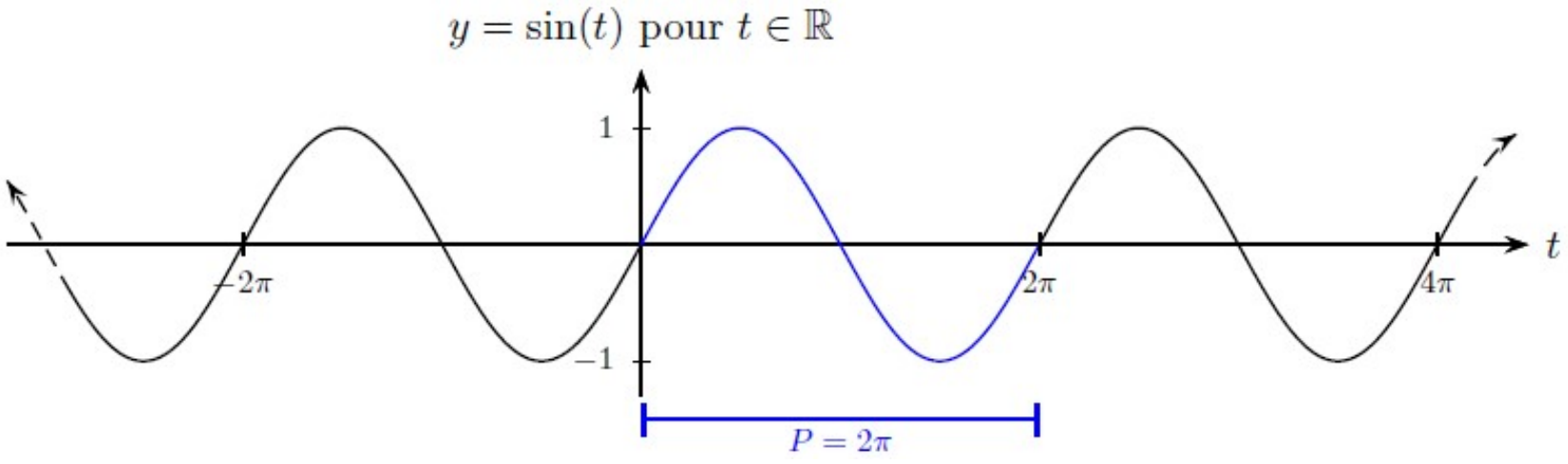
Vers les fonctions trigonométriques et leurs réciproques

Le graphe de la fonction sinus sur $[0; 2\pi]$

t	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$y = \sin(t)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0

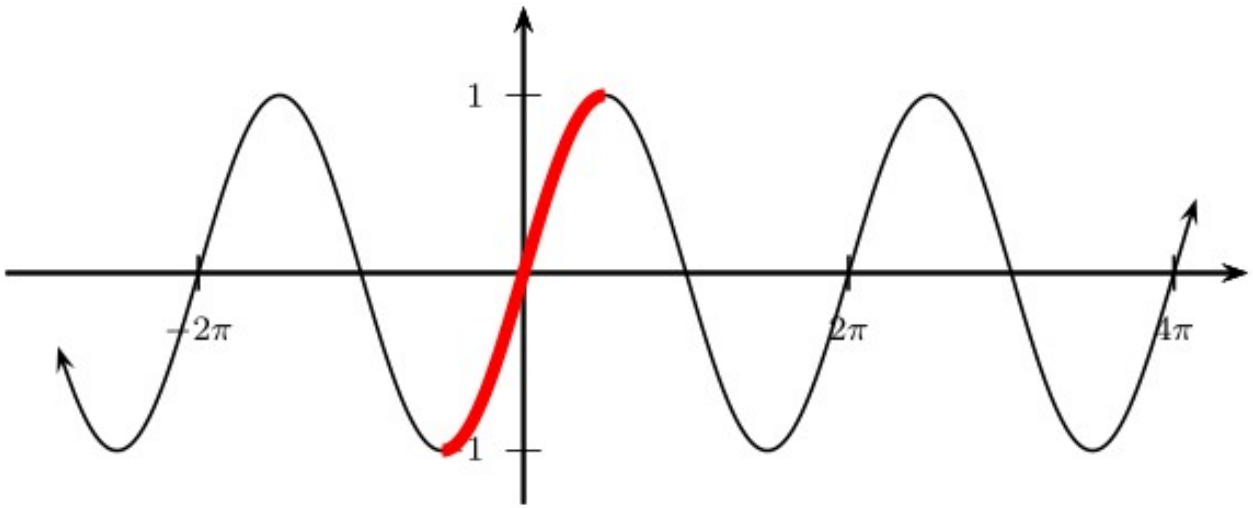


Le graphe de la fonction sinus sur $\mathbb{R}$



- son domaine : $\mathbb{R}$
- son image : $[-1; 1]$
- sa période : 2π
- la courbe d'équation $y = \sin(t)$ est lisse et continue
- ses zéros sont les multiples entiers de π : $t = k \cdot \pi$ où $k \in \mathbb{Z}$

La réciproque de la fonction sinus est arcsin



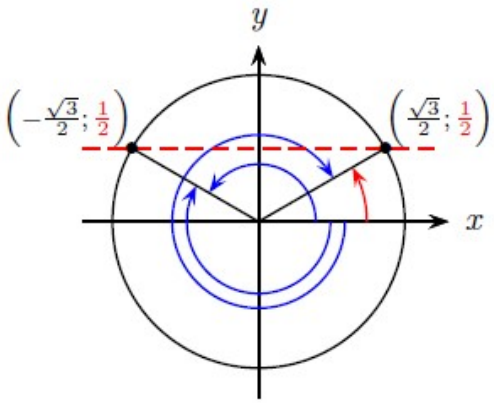
La branche principale du sinus : $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

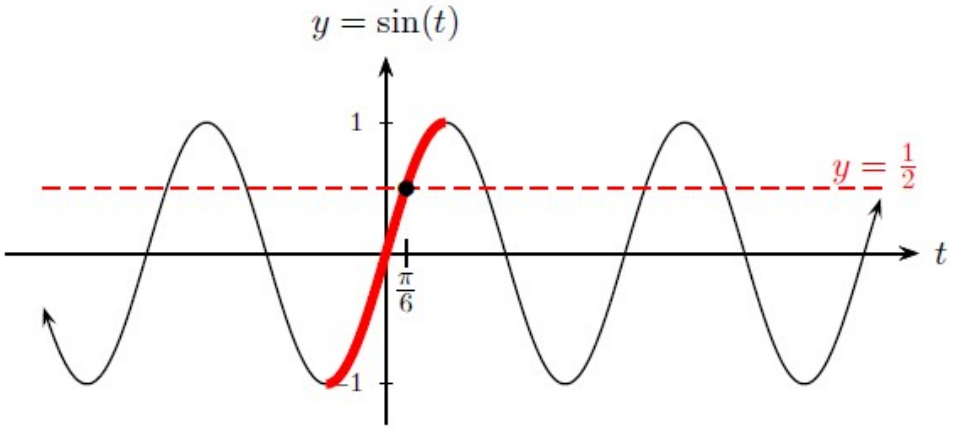
lorsque $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$: $\quad y = \sin(t) \Longleftrightarrow t = \arcsin(y) = \sin^{-1}(y)$

$\arcsin(\square)$ est l'angle dont le sinus est $\square$

Exemple : $\arcsin\left(\frac{1}{2}\right)$

$\arcsin\left(\frac{1}{2}\right)$ est l'angle (sur la b.p. du sinus) dont le sinus est $\frac{1}{2}$



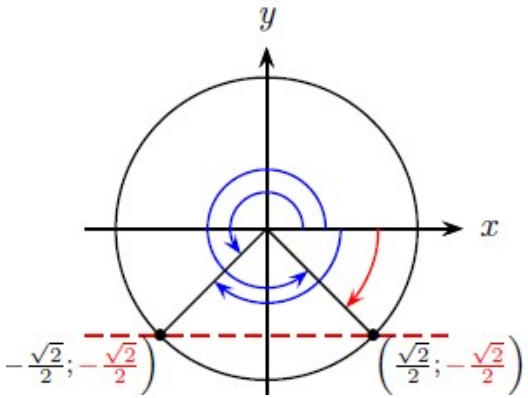


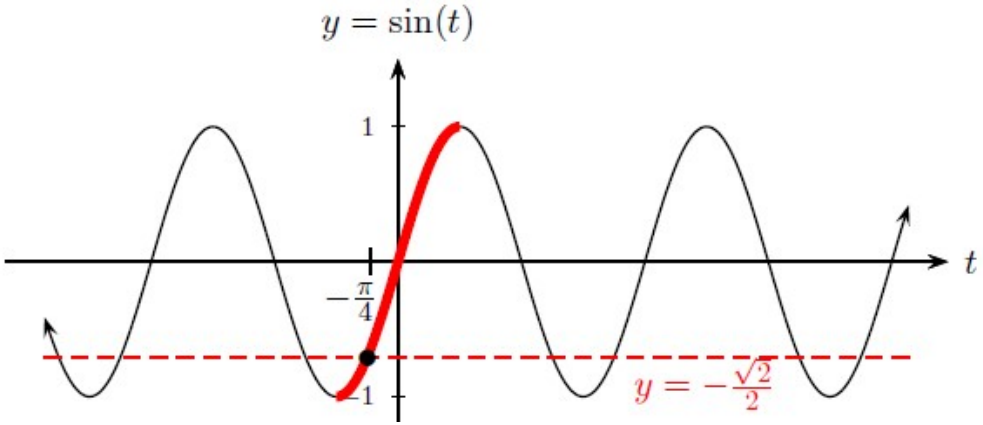
Ainsi,

$$\arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{6}$$

Exemple : $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$\arcsin\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$ est l'angle dont le sinus est $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (sur sa b.p.)

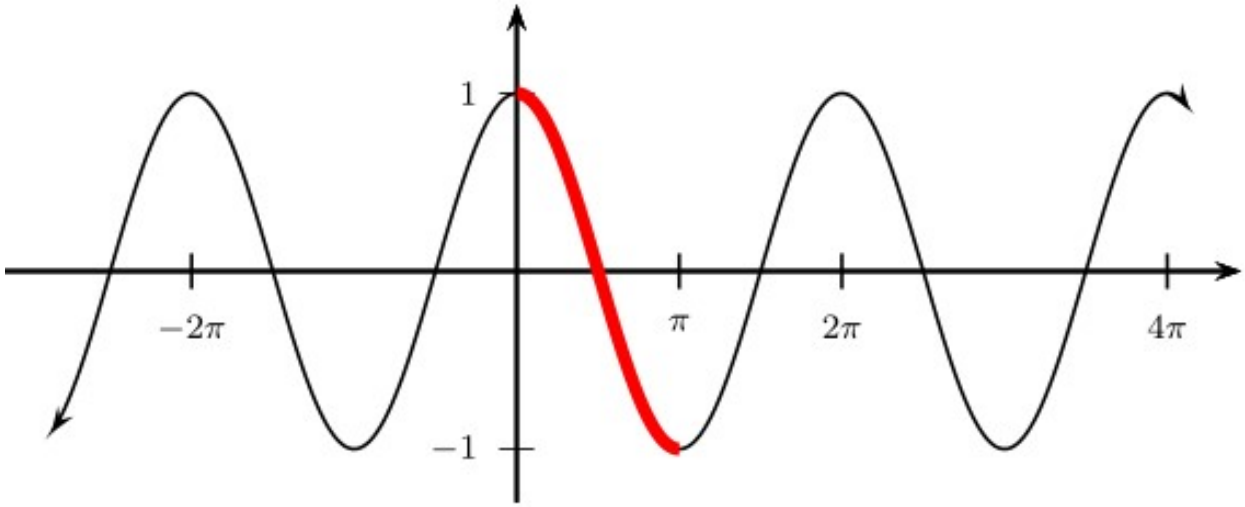




Ainsi,

$$\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{\pi}{4}$$

La réciproque de la fonction cosinus est arccos

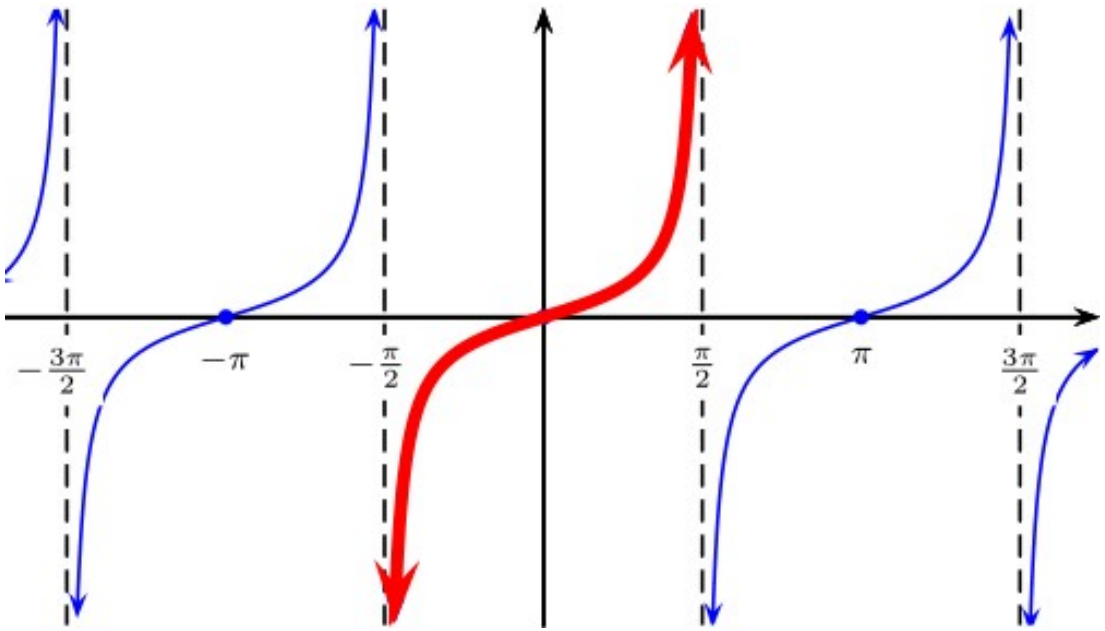


La branche principale du cosinus : $[0; \pi]$

lorsque $t \in [0; \pi]$: $\quad y = \cos(t) \Longleftrightarrow t = \arccos(y) = \cos^{-1}(y)$

arccos(□) est l'angle dont le cosinus est □

La réciproque de la fonction tangente est arctan



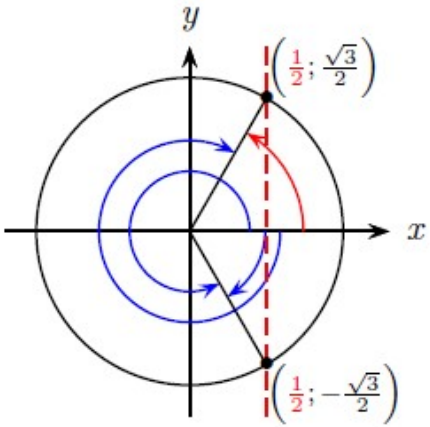
La branche principale de la tangente : $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$

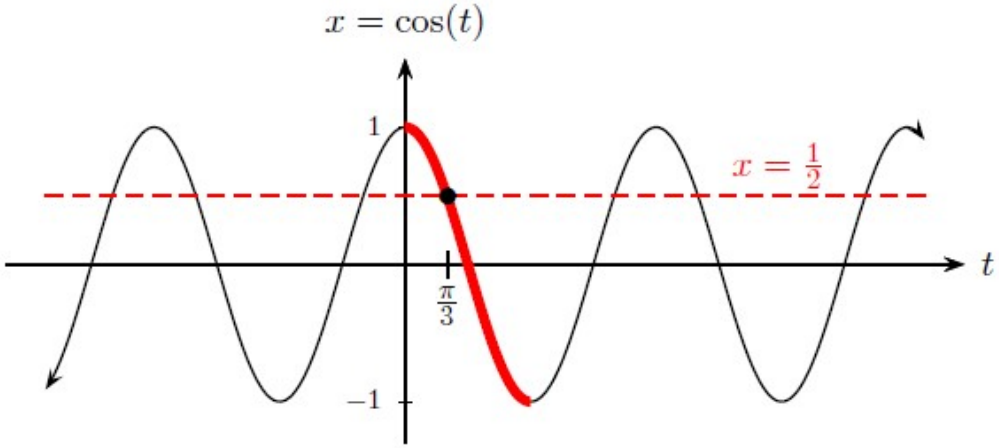
lorsque $t \in \left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$: $\quad y = \tan(t) \Longleftrightarrow t = \arctan(y) = \tan^{-1}(y)$

arctan($\square$) est l'angle dont la tangente est $\square$

Exemple : $\arccos\left(\frac{1}{2}\right)$

$\arccos\left(\frac{1}{2}\right)$ est l'angle (sur la b.p. de cos) dont le cosinus est $\frac{1}{2}$



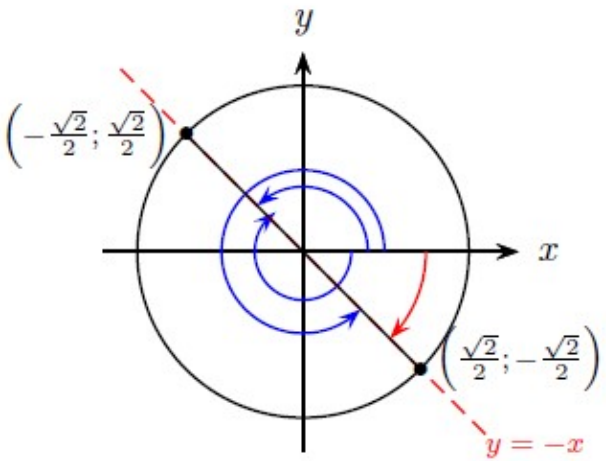


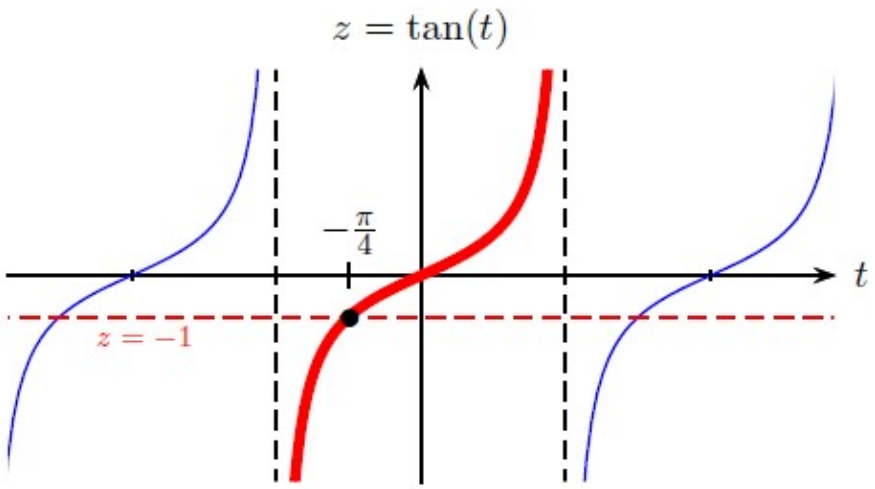
Ainsi,

$$\arccos\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{3}$$

Exemple : $\arctan(-1)$

$\arctan(-1)$ est l'angle (sur la b.p. de tan) dont la tangente est -1



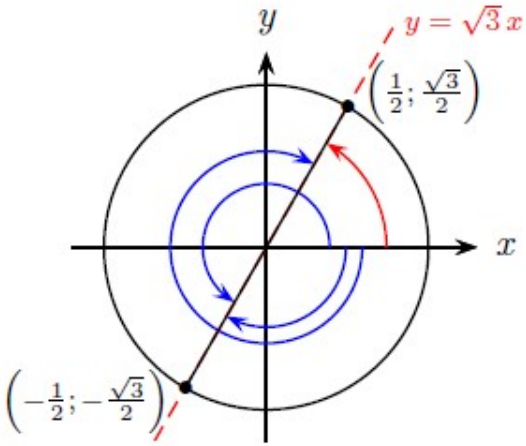


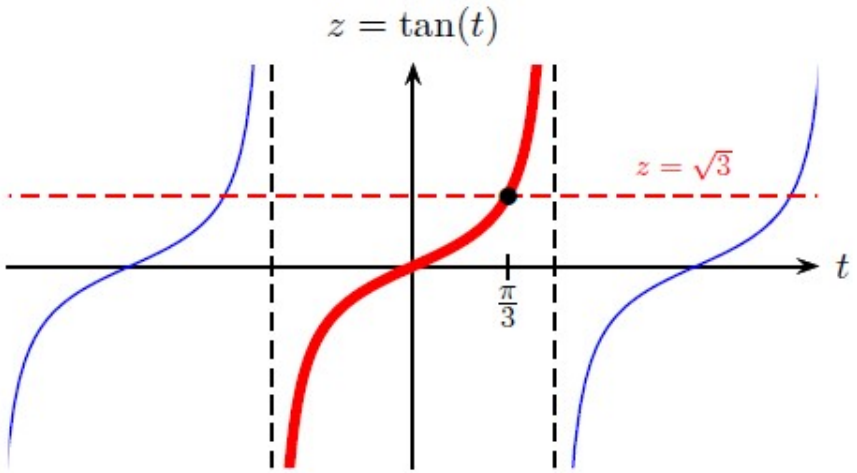
Ainsi,

$$\arctan(-1) = -\frac{\pi}{4}$$

Exemple : $\arctan\left(\sqrt{3}\right)$

$\arctan\left(\sqrt{3}\right)$ est l'angle (sur la b.p. de tan) dont la tangente est $\sqrt{3}$





Ainsi,

$$\arctan\left(\sqrt{3}\right) = \frac{\pi}{3}$$

Référence : K. Pineau, Introduction aux mathématiques du génie, Notes de cours, partie 2, chapitre 8, février 2022.