PHY-144 : Introduction à la physique du génie

Chapitre 7 : Cinétique - Forces et accélérations.

7.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la cinétique, la branche de la mécanique qui traite des relations entre les forces et le mouvement des objets. La cinétique permet, par exemple, de prévoir ce qui va arriver à un objet soumis à des forces connues ou de calculer les forces nécessaires pour qu'un objet décrive une trajectoire souhaitée.

En statique (chapitres 2 et 3), nous nous étions occupés du cas où les objets étaient au repos, et nous avions vu qu'une condition nécessaire au repos était que la somme des forces sur l'objet soit nulle. Dans ce chapitre, nous verrons ce qui se produit lorsque la somme des forces n'est *pas nulle*.

7.2 La deuxième loi de Newton

La cinétique doit beaucoup au physicien et mathématicien anglais Isaac Newton (1642-1727), dont le mérite est d'avoir exposé, sous la forme de trois « lois », des principes de base simples qui permettent de comprendre correctement le mouvement des objets. Rappelons ici ces trois « lois », que nous avons énoncées dans le chapitre 2.

1ère loi : Si la force résultante sur un objet est nulle, alors l'objet demeure au repos s'il était déjà au repos, et bouge en ligne droite avec une vitesse constante s'il était déjà en mouvement.

2ème loi : S'il y a une force résultante sur un objet, alors l'objet subit une accélération $\vec{\mathbf{a}}$ proportionnelle à la force résultante.

$$\boxed{\sum \vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}}$$

3ème loi : Si un objet A exerce une force sur un objet B, alors l'objet B exerce sur l'objet A une force de même grandeur, de même direction et de sens opposé.

La 1ère loi est en fait un cas particulier de la 2ème loi (le cas où $\sum \vec{\mathbf{F}} = 0$). Les 2ème et 3ème lois, par contre, seront largement utilisées dans ce chapitre 7.

Voyons plus en détail la deuxième loi de Newton.

$$\boxed{\sum \vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}}$$

Les forces $\vec{\mathbf{F}}$ sont les forces **externes** appliquées **sur** l'objet. Les forces existant à l'intérieur de l'objet (ex : entre l'atome A et l'atome B de l'objet!) s'annulent (la force de l'atome A sur l'atome B est égale et opposée à la force de l'atome B sur l'atome A). Les forces exercées *par* l'objet n'ont pas d'influence sur le mouvement ou l'équilibre de l'objet.

L'accélération $\vec{\mathbf{a}}$ est un vecteur. Il s'agit, plus précisément, de l'accélération du centre de masse de l'objet. [**]

7.3 La deuxième loi de Newton en composantes cartésiennes (*x*, *y*)

La deuxième loi de Newton est une équation vectorielle (il y a des vecteurs de chaque côté). Comme nous le savons, nous pouvons toujours décomposer des vecteurs en composantes « *x* » et « *y* ».

Alors la deuxième loi de Newton devient :

$$\sum F_x \vec{\mathrm{i}} + \sum F_y \vec{\mathrm{j}} = m\ (a_x \vec{\mathrm{i}} + a_y \vec{\mathrm{j}})$$

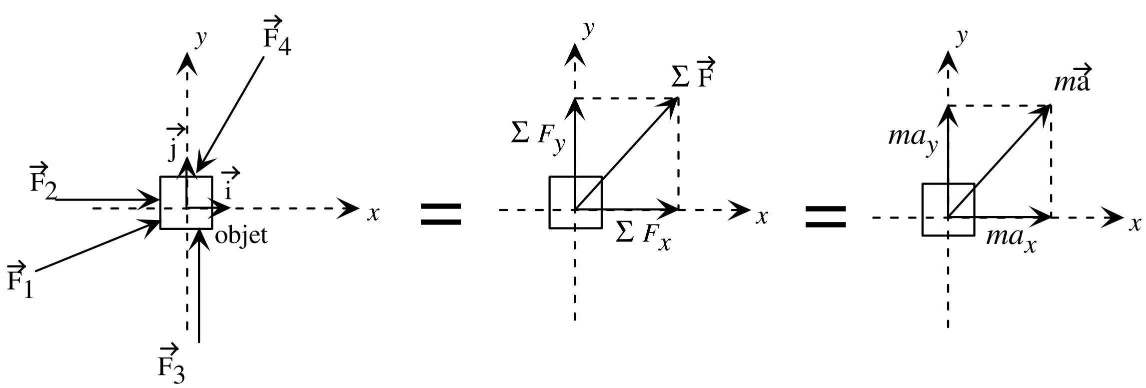


Figure 7.1 : 2ème loi de Newton en composantes cartésiennes.

[**] Note (plus avancée) : la 2ème loi de Newton est en fait correcte si on mesure l'accélération par rapport à une référence « absolue » (qui serait elle-même non accélérée). La surface de la Terre est accélérée (après tout il y a rotation de la Terre). Pour les besoins habituels du génie, cependant, on utilise la surface de la Terre comme référence, avec de bons résultats (les erreurs sont négligeables).

Deux vecteurs sont égaux si leurs composantes sont identiques. Pour que le vecteur $\sum \vec{F}$ soit égal au vecteur $m\vec{a}$, il faut absolument (voir figure 7.1) que :

$$\boxed{\begin{aligned}\sum F_x &= ma_x \\ \sum F_y &= ma_y\end{aligned}}$$

7.3.1 Méthode de résolution de problèmes

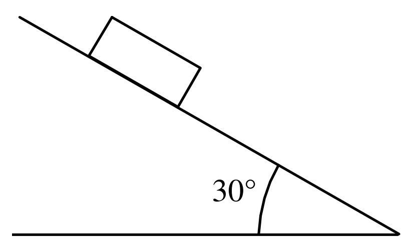
Pour résoudre les problèmes à l'aide de la deuxième loi de Newton, il est conseillé de suivre les étapes suivantes :

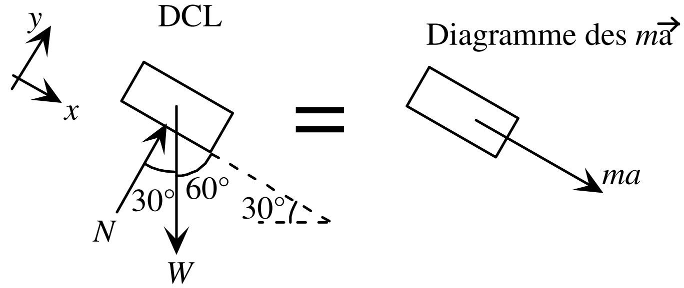
Étape 1 : Faire un **DCL** (diagramme de forces). Rappelons qu'il s'agit d'un dessin de l'objet choisi et des **forces** exercées **sur** l'objet.

Étape 2 : Faire un diagramme des $m\vec{a}$. Il s'agit d'un diagramme où on représente la direction (parfois supposée) de ce vecteur.

Étape 3 : Comparer les composantes « x » et « y » des vecteurs sur ces deux diagrammes et utiliser : $\begin{aligned}\sum F_x &= ma_x \\ \sum F_y &= ma_y\end{aligned}$.

Exemple 7.1 Un bloc de 10 kg se trouve sur un plan incliné sans frottement. Calculez la grandeur de son accélération.





(suite de l'exemple 7.1)

Pour le DCL, les forces sur le bloc sont: le poids (action de la Terre sur le bloc) $\vec{W}$ (grandeur $W = mg = 98{,}1$ N) et la force normale $\vec{N}$ (grandeur N), qui est l'action du plan sur le bloc.

Le bloc ne pouvant pas passer à travers le plan incliné, l'accélération est forcément dans la direction du plan incliné, vers le bas.

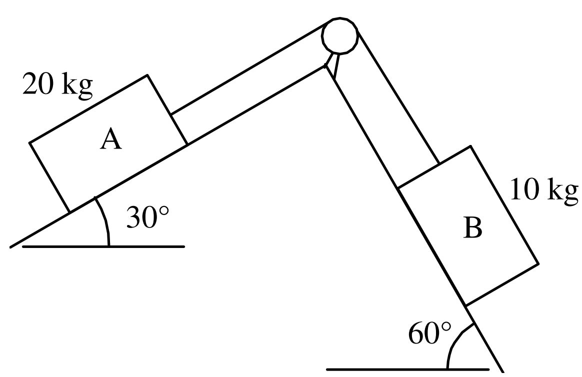
Nous avons orienté l'axe x dans le sens du plan, ce qui est souvent plus pratique; mais l'orientation aurait pu être choisie différemment, avec un résultat final identique.

$$\sum F_x = ma_x \qquad W\sin(30°) = ma \qquad 98{,}1\text{ N}\sin(30°) = (10\text{ kg})\,a$$

$$\sum F_y = ma_y \qquad N - W\cos(30°) = 0 \qquad N - 98{,}1\text{ N}\cos(30°) = 0$$

On peut résoudre ce système d'équations : $\boldsymbol{a} = \mathbf{4{,}905\ m/s^2}$ et $N = 85$ N.

Exemple 7.2 : Deux blocs sont relâchés, à partir du repos, dans la position illustrée suivante. Les plans inclinés sont sans frottement; la tension dans la corde est la même de chaque côté de la poulie et la longueur de la corde est constante. Calculez l'accélération des deux blocs.

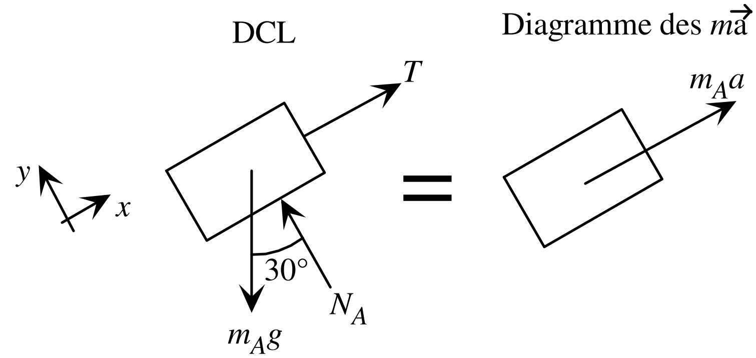


Le sens de l'accélération des 2 blocs n'est pas aussi facile à déterminer que dans l'exemple 7.1. Nous *supposerons* que le bloc B est accéléré vers le bas du plan incliné (et le bloc A vers le haut du plan incliné).

Aussi, comme la longueur de la corde doit demeurer constante, la vitesse du bloc A doit être constamment égale, en grandeur, à la vitesse du bloc B. Si la vitesse de A change, la vitesse de B doit changer de la même façon. Donc $a_B = a_A = a$.

Traçons les diagrammes de forces et les diagrammes des $m\vec{a}$:

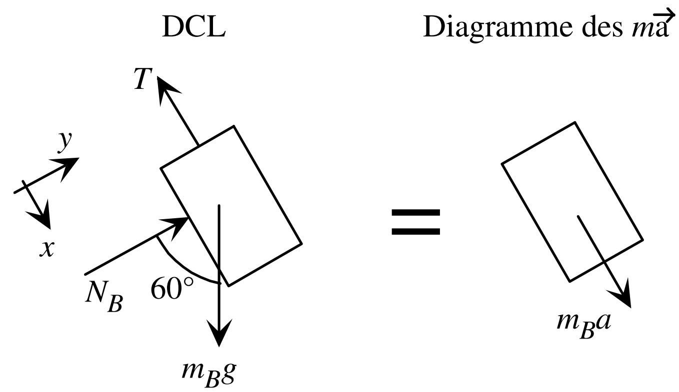
Bloc A :



$\sum F_x = ma_x \quad -m_A g \sin(30°) + T = m_A\, a \qquad -(20 \text{ kg})(9{,}81 \text{ m/s}^2) \sin(30°) + T = (20 \text{ kg})a$

$\sum F_y = ma_y \quad N_A - m_A g \cos(30°) = 0 \qquad N_A - (20 \text{ kg})(9{,}81 \text{ m/s}^2) \cos(30°) = 0$

Bloc B :



$\sum F_x = ma_x \quad m_B g \sin(60°) - T = m_B\, a \qquad (10 \text{ kg})(9{,}81 \text{ m/s}^2) \sin(60°) - T = (10 \text{ kg})a$

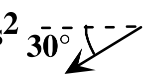
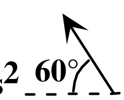
$\sum F_y = ma_y \quad N_B - m_B g \cos(60°) = 0 \qquad N_B - (10 \text{ kg})(9{,}81 \text{ m/s}^2) \cos(60°) = 0$

Nous avons un système de 4 équations à 4 inconnues, ce qui se résout sans problème :

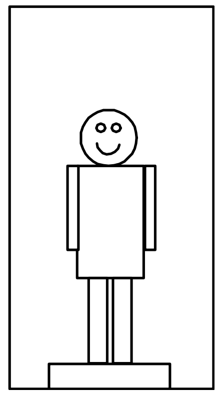
$N_A = 169{,}9$ N $\quad N_B = 49{,}1$ N $\quad T = 89{,}3$ N $\quad a = -0{,}438$ m/s^2.

Nous avons trouvé un signe négatif à la grandeur de l'accélération de A et B : il y a une interprétation à cela. Rappelons-nous que nous avons *supposé* que le bloc B était accéléré vers le bas. Eh bien! Nous nous sommes trompés. En fait le bloc B est accéléré vers le haut et le bloc A est accéléré vers le bas.

Réponses :

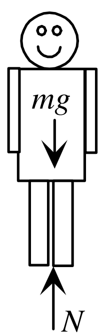
$\vec{a}_A = \mathbf{0{,}438\ m/s^2}$  $\quad \vec{a}_B = \mathbf{0{,}438\ m/s^2}$ 

Exemple 7.3 : Un homme, dont la masse est 75 kg, est debout sur une balance dans un ascenseur. Quel est le poids indiqué par la balance a) si l'ascenseur est immobile b) si l'ascenseur accélère (vers le haut) avec *a* =1 m/s^2 c) si l'ascenseur, terminant sa montée, décélère avec *a* = 1 m/s^2 ?
Indice : la balance mesure la grandeur de la force exercée *sur* elle.



La force exercée par les pieds de l'homme sur la balance est de même grandeur que la force exercée par la balance sur les pieds de l'homme (3ème loi de Newton). Faisons donc le diagramme de forces de l'homme.

a) L'homme subit 2 forces : l'attraction de la Terre (mg) et la force de la balance sur ses pieds (N).



$= 0$

$\sum F_y = ma_y$ $\quad$ $N - mg = 0$ $\quad$ $N - (75\text{ kg})(9{,}81\text{ m/s}^2) = 0$

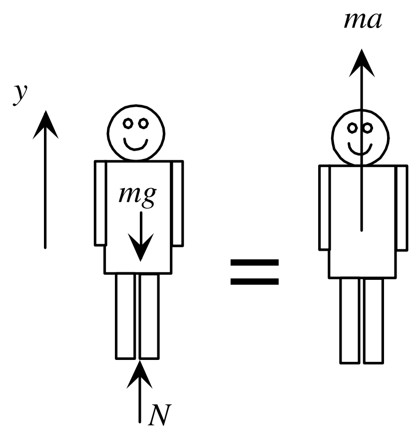
$\boldsymbol{N}$ **= 735,75 N**

Note 1: même si la balance affiche en kilogrammes, elle ne mesure pas, en réalité, la masse. Elle mesure la grandeur de la force normale $\boldsymbol{N}$ et opère une conversion : elle affiche 735,75 N/ 9,81 m/s^2 = 75 kg.

Note 2: le résultat est identique si l'ascenseur bouge à vitesse constante (a = 0).

b) L'ascenseur et l'homme sont accélérés vers le haut.

(Suite de l'exemple 7.3)

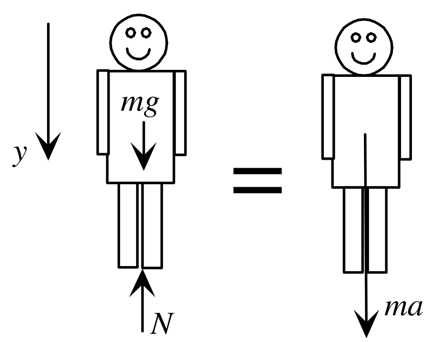


$\sum F_y = ma_y$ $\quad\quad$ $N - mg = ma$ $\quad\quad$ $N - (75\ \text{kg})(9{,}81\ \text{m/s}^2) = (75\ \text{kg})(1\ \text{m/s}^2)$

$\mathbf{N = 810{,}75\ N}$

Note : si la balance affiche en kilogrammes, elle affiche cette fois 810,75 N/ 9,81 m/s^2 = 82,6 kg!

c) L'ascenseur et l'homme sont décélérés.



$\sum F_y = ma_y$ $\quad\quad$ $mg - N = ma$ $\quad\quad$ $(75\ \text{kg})(9{,}81\ \text{m/s}^2) - N = (75\ \text{kg})(1\ \text{m/s}^2)$

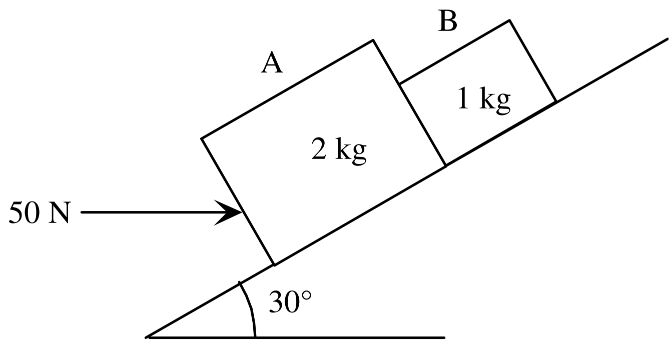
$\mathbf{N = 660{,}75\ N}$

Note 1: si la balance affiche en kilogrammes, elle affiche cette fois 660,75 N/ 9,81 m/s^2 = 67,3 kg!

Note 2: Nous avons posé l'axe des y positifs vers le bas, mais nous aurions pu le laisser vers le haut, et nous aurions obtenu le même résultat final.

N porte le nom de ***poids apparent***. C'est la force « ressentie » par l'homme. L'homme se « sent » plus lourd lorsque l'ascenseur monte et accélère et il se « sent » plus léger lorsque l'ascenseur monte et décélère. Mais il n'a malheureusement perdu aucun kilo!

Exemple 7.4 Deux blocs sont poussés sur un plan incliné par une force dont la grandeur est 50 N. Le frottement est négligeable partout. Calculez la grandeur de la force exercée par le bloc A sur le bloc B.



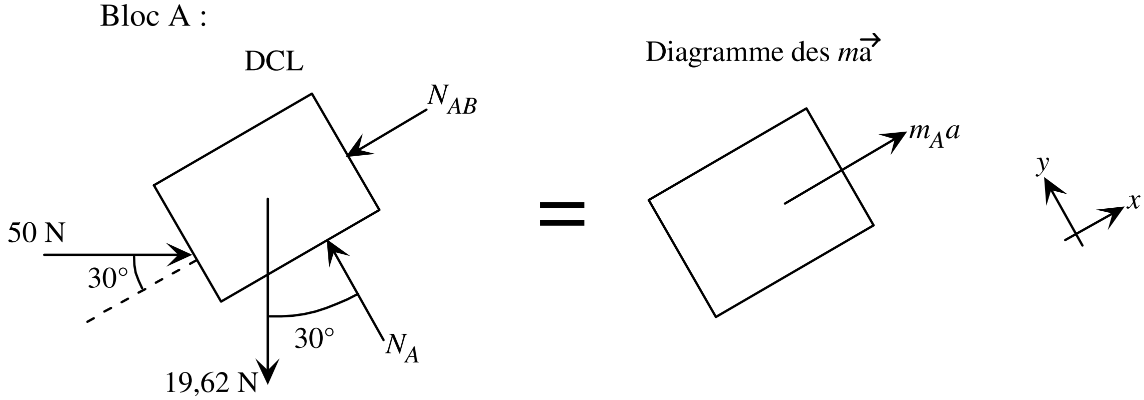
L'accélération des deux blocs est la même. Comme il n'y a aucun frottement, toutes les forces de contact (entre le bloc A et le bloc B, entre le plan incliné et les blocs A et B) sont perpendiculaires (normales).

Le poids de A est $W_A = m_A g$ = (2 kg)(9,81 m/s^2) = 19,62 N.

Le poids de B est $W_B = m_B g$ = (1 kg)(9,81 m/s^2) = 9,81 N.

Faisons le DCL et le diagramme des $m\vec{a}$ pour chaque bloc. N_{AB} est la grandeur de la force entre les blocs A et B; la force du bloc A sur le bloc B est de même grandeur et de sens opposé à la force du bloc B sur le bloc A (3ème loi de Newton).

Bloc A :

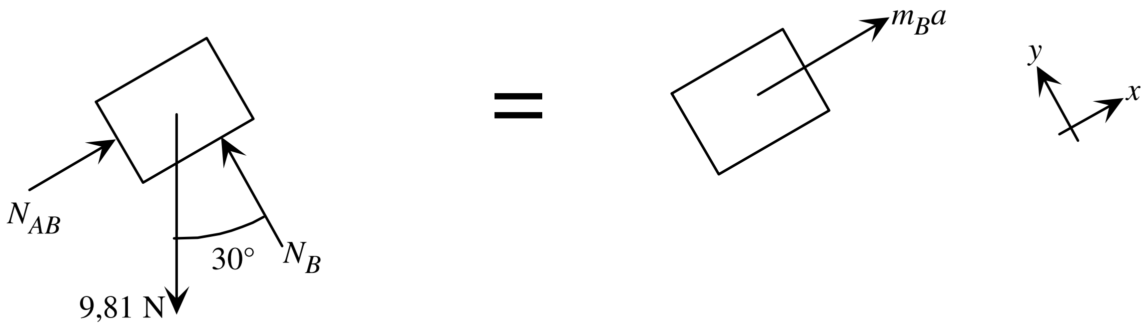


$\sum F_x = ma_x$ 50 N cos(30°) – 19,62 N sin(30°) – N_{AB} = (2 kg) a

$\sum F_y = ma_y$ -50 N sin(30°) + N_A – 19,62 N cos(30°) = 0

(suite de l'exemple 7.4)

Bloc B :
DCL $\qquad\qquad$ Diagramme des $m\vec{a}$



$\sum F_x = ma_x \qquad N_{AB} - 9{,}81 \text{ N} \sin(30°) = (1 \text{ kg})\, a$

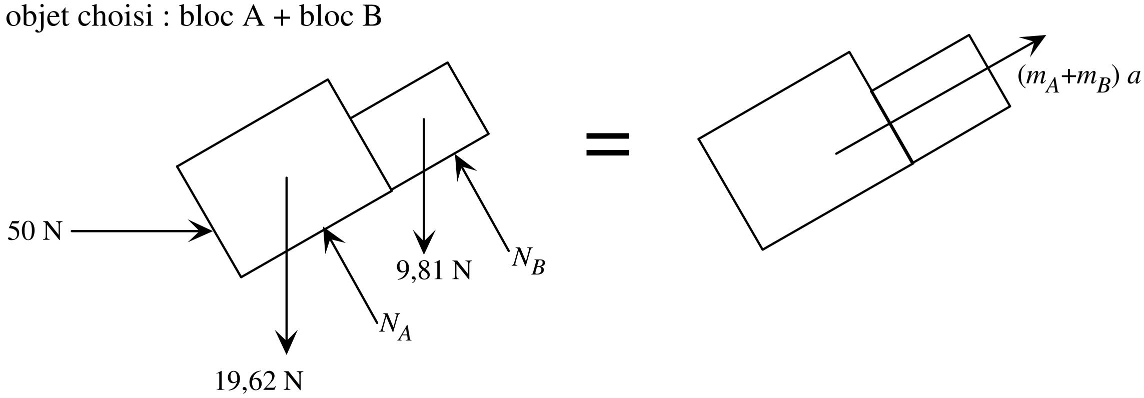
$\sum F_y = ma_y \qquad N_B - 9{,}81 \text{ N} \cos(30°) = 0$

Encore ici, nous avons un système de 4 équations à 4 inconnues (N_A, N_B, N_{AB}, a).

Réponses : $N_A = 42$ N $\qquad N_B = 8{,}50$ N $\qquad$ **N_{AB} = 14,43 N** $\qquad a = 9{,}53$ m/s^2.

Note : nous aurions pu choisir, pour faire les diagrammes, l'ensemble des 2 blocs A et B. Cependant la force entre le bloc A et le bloc B ne serait pas sur ce diagramme, puisqu'il ne s'agit pas d'une force externe à notre objet :

objet choisi : bloc A + bloc B



7. 4 La force de frottement

Dans tous les exemples du chapitre 7 vus jusqu'ici, on précisait que le frottement était négligeable, ou inexistant. Cela a l'avantage de simplifier les problèmes, mais ce n'est pas très réaliste. En réalité, il y a toujours du frottement entre deux surfaces en contact. Cela peut être parfois nuisible : par exemple, plus le frottement entre les pistons et les cylindres dans un moteur d'automobile est grand, plus la consommation d'essence est grande. Cela peut être par contre bénéfique : sans frottement entre les roues et la route, une automobile ne pourrait avancer à partir du repos et sans frottement entre les pieds et le sol, la marche à pied serait fort problématique…

On peut distinguer le *frottement sec*, que nous allons voir dans ce chapitre, du *frottement visqueux*, pour lequel les surfaces sont en contact avec un liquide (comme de l'huile à moteur). Le frottement visqueux est de nature différente, et est habituellement étudié dans un cours de mécanique des fluides.

7.4.1 Caractéristiques de la force de frottement

Faisons l'expérience de pousser sur un objet quelconque posé sur un plancher. On peut constater que si la force (de grandeur P) appliquée n'est pas trop grande, l'objet demeure immobile.

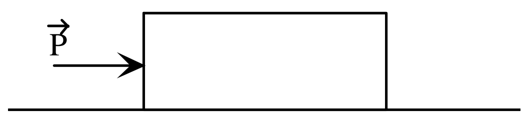


Figure 7.2 Le bloc demeure immobile.

Si le bloc demeure immobile, c'est que le plancher exerce une force vers la gauche sur le bloc : c'est la force de frottement (de grandeur F_f).

La force de frottement (grandeur F_f) est une force parallèle à la surface de contact, et son sens est tel qu'elle s'oppose au mouvement relatif entre les deux surfaces.

La force de frottement est due, en partie, à la rugosité des surfaces (figure 7.3); si on polit les surfaces, la force de frottement diminue. Cependant, si on polit les surfaces davantage, elle augmente! En fait des liens sont formés entre les atomes de la première surface et les atomes de la seconde surface. La force de frottement est due en grande partie à ces liens interatomiques.

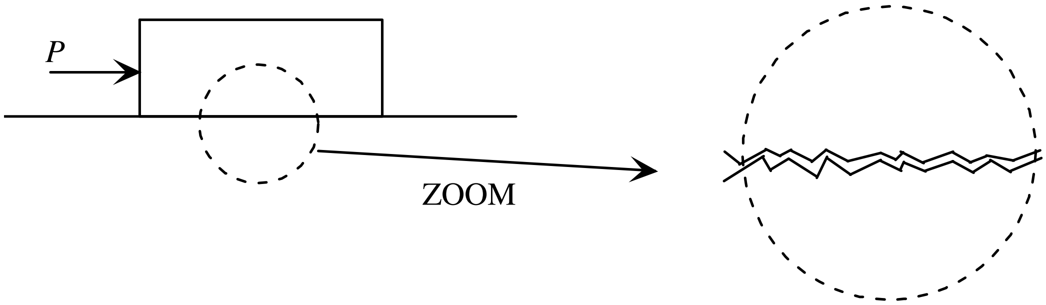


Figure 7.3 Le frottement s’explique, en partie, par la rugosité des surfaces.

Augmentons peu à peu la grandeur de la force $\vec{P}$, et faisons un diagramme de forces du bloc (Figure 7.4) :

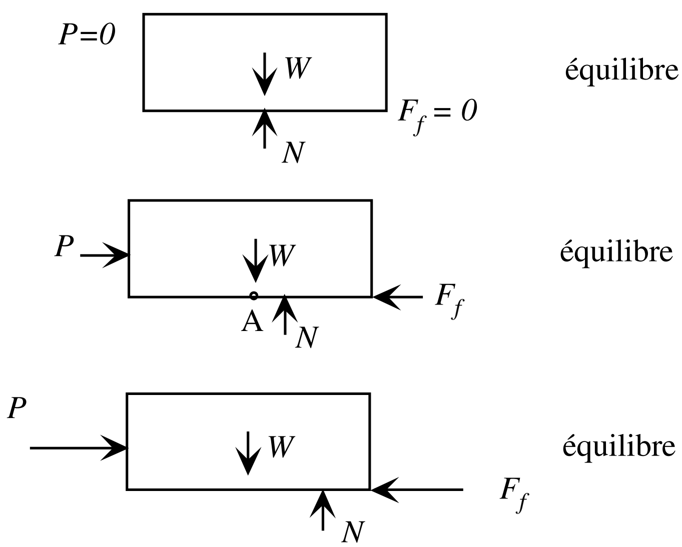


Figure 7.4 : Diagramme de forces du bloc sur un plan avec frottement. *P* augmente mais le bloc demeure en équilibre.

Comme le bloc est en équilibre, $P = F_f$ et $N = W$ pour le bloc de la figure 7.4. Lorsque P augmente, F_f doit augmenter.

On peut remarquer que le point d’application de la force $\vec{N}$ se déplace vers la droite au fur et à mesure que P augmente. La force $\vec{P}$ a un moment par rapport au point A, et ce moment grandit quand P augmente. $\vec{N}$ doit avoir un moment grandissant par rapport au point A pour assurer l’équilibre, et son point d’application doit donc s’éloigner de A. Si ce point d’application se déplace jusqu’au côté droit du bloc, celui-ci va basculer!

Si on augmente P et que le bloc ne bascule pas, on constate que la force de frottement atteint une grandeur maximale F_{fm}, et que le bloc se met, par la suite, à glisser. On a constaté expérimentalement que :

- la force de frottement maximale F_{fm} est proportionnelle à N.

$$\boxed{F_{fm} = \mu_s N}$$

μ_s est le « coefficient de frottement statique ».

- lorsqu'il y a glissement, la force de frottement F_{fk} est proportionnelle à N.

$$\boxed{F_{fk} = \mu_k N}$$

μ_k est le « coefficient de frottement cinétique ».

Dans tous les cas, $\mu_k < \mu_s$ et donc $F_{fk} < F_{fm}$.

La force de frottement, lorsque le bloc glisse, est plus petite que sa valeur maximale.

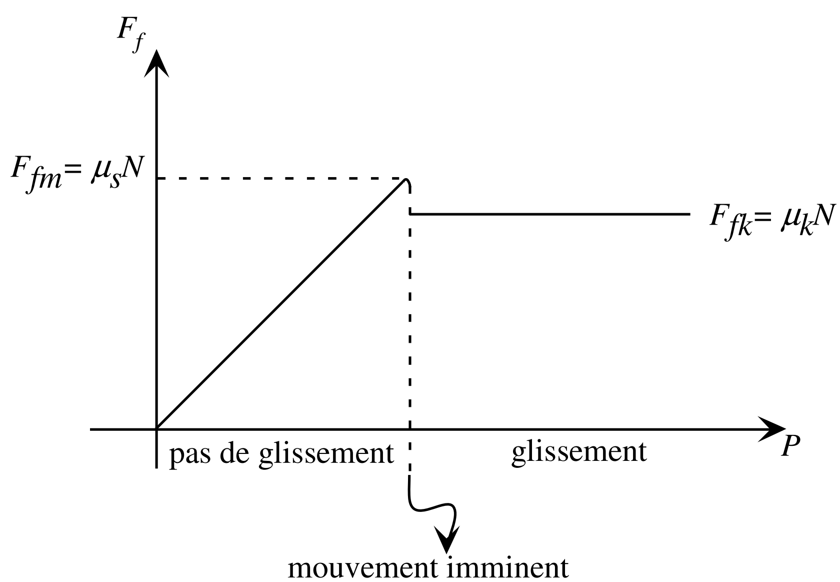


Figure 7.5 : Graphique de la force de frottement en fonction de *P*.

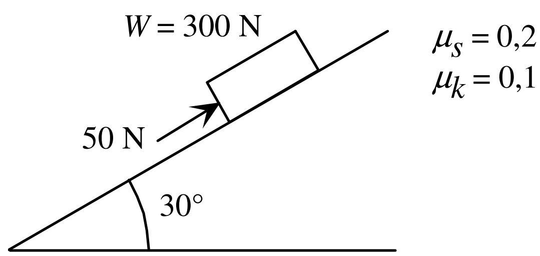
Les coefficients μ_s et μ_k dépendent essentiellement de la nature des deux surfaces en présence. Ces deux coefficients n'ont pas d'unités. Par exemple, entre un pneu de caoutchouc et une surface asphaltée $\mu_s = 0{,}9$ et $\mu_k = 0{,}8$ (environ).

En résumé :

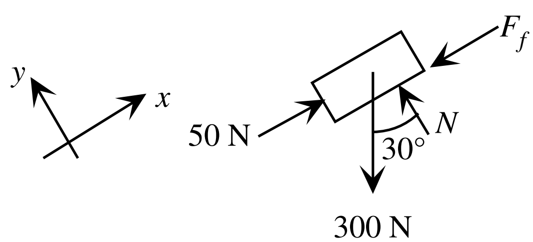
S'il y a glissement, $F_f = F_{fk} = \mu_k N$.
S'il n'y a pas glissement, $0 < F_f < \mu_s N$.

Si l'objet est sur le point de glisser (« mouvement imminent ») $F_f = F_{fm} = \mu_s N$.

Exemple 7.5 a) Le bloc de la figure ci-dessous peut-il demeurer au repos? b) Sinon, calculez son accélération.



a) Faisons d'abord un diagramme de forces du bloc (toujours une bonne idée!)



Nous avons placé la force de frottement vers le bas; nous avons donc supposé que *s'il y avait mouvement*, il serait vers le haut du plan incliné.

Pour qu'il y ait équilibre, il faut :

$\sum F_x = 0 \qquad 50\text{ N} - F_f - 300\text{ N}\sin(30°) = 0$

$\sum F_y = 0 \qquad N - 300\text{ N}\cos(30°) = 0$

Si on résout : $N =$ 259,8 N et $F_f =$ -100 N

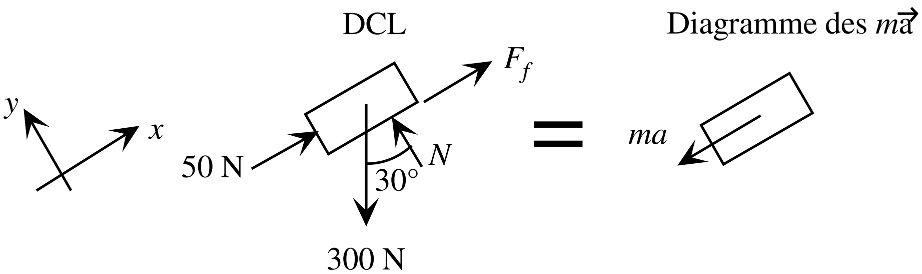
Le signe négatif de F_f indique qu'on s'est trompé dans le sens de la force de frottement. S'il y a mouvement, il sera vers le bas du plan incliné.

Pour qu'il y ait équilibre, il faut une force de frottement de 100 N vers le haut du plan incliné. Mais est-ce possible? La force de frottement maximal est $F_{fm} = \mu_s N$ = (0,2)(259,8 N) = 51, 96 N.

F_f (nécessaire à l'équilibre) > F_{fm} alors **le bloc glisse.**

(Suite de l'exemple 7.5)

b) si le bloc glisse, alors $F_f = F_{fk} = \mu_k N = (0,1)(259,8\text{ N}) = 25,98\text{ N}$.



La masse du bloc est $m = W/g = 300\text{ N}/ 9,81\text{ m/s}^2 = 30,58\text{ kg}$

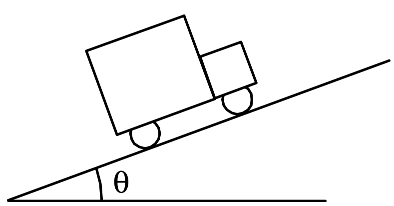
$\sum F_x = ma_x$ $\quad$ $50\text{ N} + F_f - 300\text{ N}\sin(30°) = -(30,58\text{ kg})\,a$

$50\text{ N} + 25,98\text{ N} - 300\text{ N}\sin(30°) = -(30,58\text{ kg})\,a$

$\sum F_y = ma_y$ $\quad$ $N - 300\text{ N}\cos(30°) = 0$

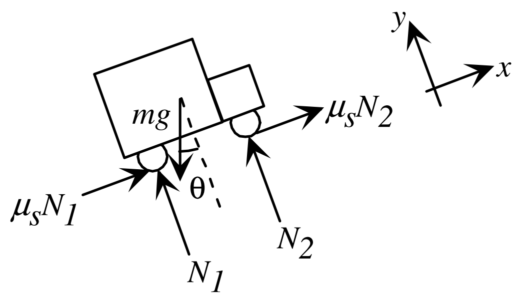
Si on résout : $N = 259,8\text{ N}$ et $\boldsymbol{a = 2,42\text{ m/s}^2}$.

Exemple 7.6 : Un camion (masse = 6000 kg) est immobile sur une surface dont le coefficient de frottement statique est $\mu_s = 0,4$. Quel est l'angle θ maximal pour lequel le camion ne glissera pas, si tous les freins (sur les roues avant et arrière) sont serrés?



Faisons le diagramme de forces du camion. Notons qu'il y a du frottement entre le sol et les roues arrière, et entre le sol et les roues avant. L'angle θ maximal correspond à la situation où le camion est sur le point de glisser, donc $F_f = F_{fm} = \mu_s N$, à l'avant comme à l'arrière.

(suite de l'exemple 7.6)



Même si le camion est sur le point de glisser, il est encore en équilibre donc :

$$\sum F_x = 0 \qquad \mu_s N_1 + \mu_s N_2 - mg \sin(\theta) = 0$$
$$0{,}4\, N_1 + 0{,}4\, N_2 - (6000 \text{ kg})(9{,}81 \text{ m/s}^2) \sin(\theta) = 0$$

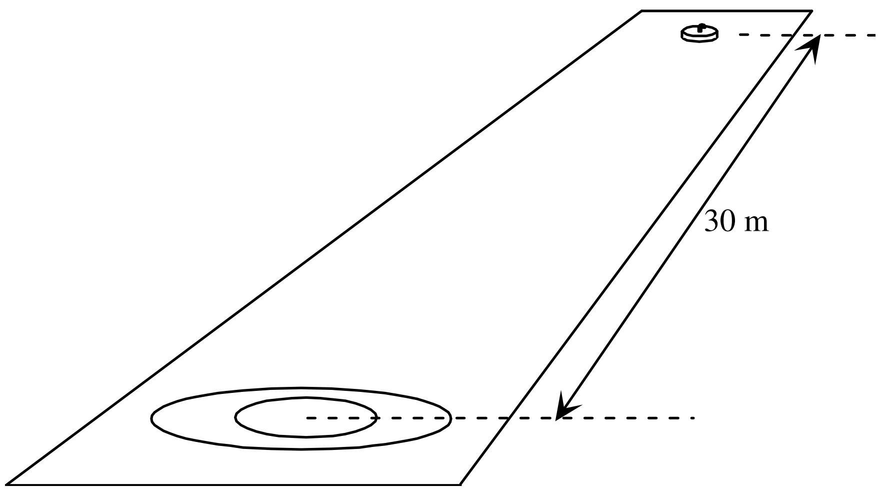
$$\sum F_y = 0 \qquad N_1 + N_2 - mg \cos(\theta) = 0$$
$$N_1 + N_2 - (6000 \text{ kg})(9{,}81 \text{ m/s}^2) \cos(\theta) = 0$$

Nous avons 2 équations et 3 inconnues. Il n'est donc pas possible de trouvez les 3 inconnues. Nous pouvons cependant considérer $N_1 + N_2$ comme **une** inconnue.

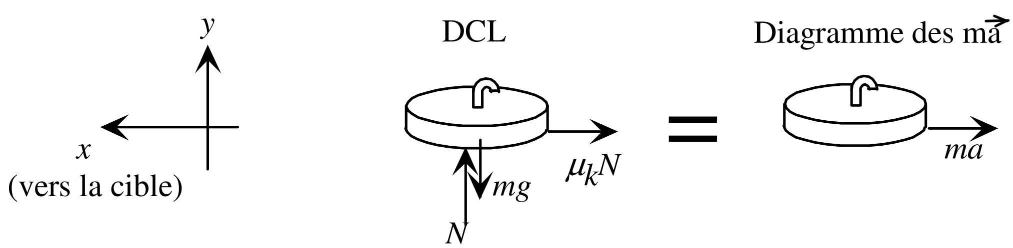
$$0{,}4\,(N_1 + N_2) - (6000 \text{ kg})(9{,}81 \text{ m/s}^2) \sin(\theta) = 0$$
$$(N_1 + N_2) - (6000 \text{ kg})(9{,}81 \text{ m/s}^2) \cos(\theta) = 0$$

Si on résout ce système de deux équations on trouve :
$N_1 + N_2 = 54\,651$ N $\qquad$ $\boldsymbol{\theta} =$ **21,8**°.

Exemple 7.7 Une pierre de curling (masse = 10kg) est lancée sur la glace (μ_k = 0,08). Calculez la vitesse initiale de la pierre si elle doit s'arrêter tout juste au centre de la cible.



Faisons le diagramme de forces de la pierre. Puisqu'elle glisse, la force de frottement est $F_f = F_{fk} = \mu_k N$.



$\sum F_x = ma_x$ $\quad$ $-\mu_k N = -(10\text{ kg})\,a$ $\quad$ $-0{,}08\,N = -(10\text{ kg})\,a$

$\sum F_y = ma_y$ $\quad$ $N - (10\text{ kg})(9{,}81\text{ m/s}^2) = 0$

Solution : N = 98,1 N $\quad a$ = 0,7848 m/s^2.

L'accélération de la pierre est $\vec{a} = -0{,}7848\text{ m/s}^2\,\vec{i}$

Comme l'accélération est constante, on peut utiliser les équations du mouvement rectiligne uniformément accéléré (chapitre 4) :

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$$

$(0\text{ m/s})^2 = v_i^2 + 2\,(-0{,}7848\text{ m/s}^2)\,(30\text{ m} - 0\text{ m})$ $\quad$ $\boldsymbol{v_i}$ **= 6,86 m/s.**

7.5 La deuxième loi de Newton appliquée à une trajectoire circulaire

Au chapitre 6, nous avons énoncé les caractéristiques principales d'un mouvement circulaire. Nous avons vu que l'accélération avait en général, dans un mouvement circulaire, deux composantes : **l'accélération centripète a_c et l'accélération tangentielle a_t**.

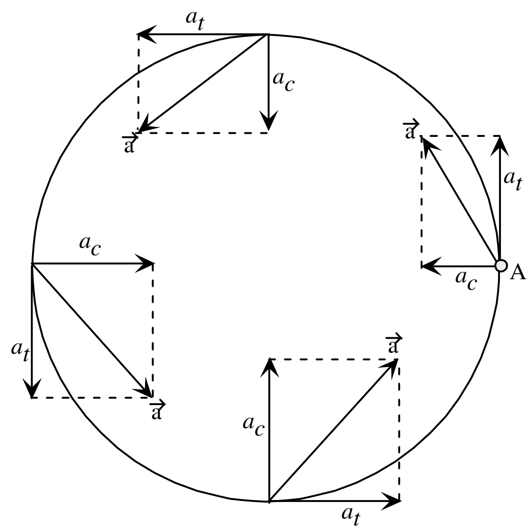


Figure 7.5: Dans un mouvement circulaire, l'accélération a deux composantes.

Rappel : dans un mouvement circulaire, l'accélération centripète n'est jamais nulle. **L'accélération tangentielle est nulle si la vitesse est de grandeur constante**.

Selon la deuxième loi de Newton, si l'objet est accéléré dans une direction, c'est qu'il subit une force résultante dans cette direction. Dans la position « A » de la figure 7.5, par exemple, il faut que $\sum \vec{F}$ soit dans le même sens que $\vec{a}$. Et comme $\vec{a}$, le vecteur $\sum \vec{F}$ se décompose en une composante tangentielle $\sum F_t$ et une composante centripète $\sum F_c$ (voir figure 7.6).

Pour que le vecteur $\sum \vec{\mathbf{F}}$ soit égal au vecteur $m\vec{a}$, il faut absolument (voir figure 7.6) que :

$$\boxed{\begin{aligned} \sum F_c &= ma_c \\ \sum F_t &= ma_t \end{aligned}}$$

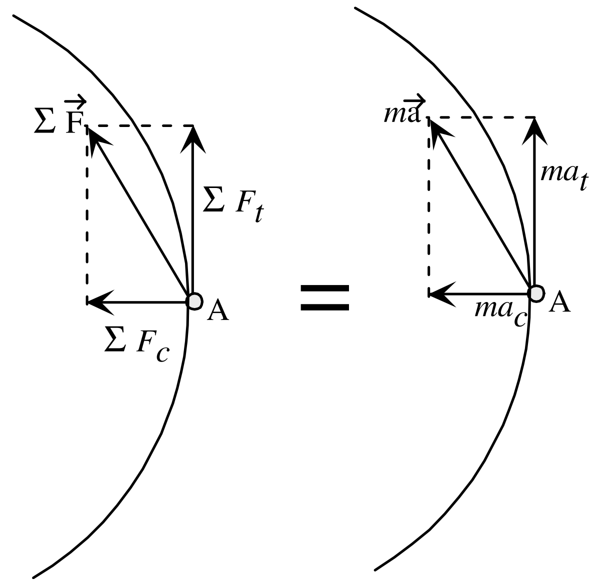


Figure 7.6: 2ème loi de Newton, pour une trajectoire circulaire.

Dans une trajectoire circulaire, il doit y avoir une force centripète ($\sum F_c$) pour contraindre l'objet à tourner. S'il n'y a pas de force centripète, l'objet continue sa trajectoire en ligne droite.

Il n'y a pas de force « centrifuge » (qui « déporte » l'objet vers l'extérieur)! La force « centrifuge » est une « pseudo-force »; ce n'est pas une « vraie » force. **Une force est l'action d'un corps sur un autre.**

Par exemple, si une auto doit tourner sur une route glacée et qu'elle glisse et sort de la route, quel est le corps qui l'attire et exerce une « force centrifuge » sur elle? Le banc de neige? En fait, le frottement de la route sur les pneus est trop petit; l'auto ne subit donc pas de force centripète et continue en ligne droite, plutôt que de demeurer sécuritairement sur sa trajectoire circulaire.

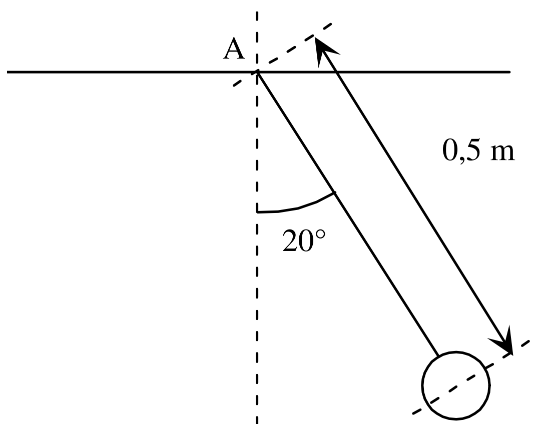
Pour résoudre les problèmes, nous suivrons la même démarche que dans la partie 7.3 :

Étape 1 : Faire un **DCL** (diagramme de forces).

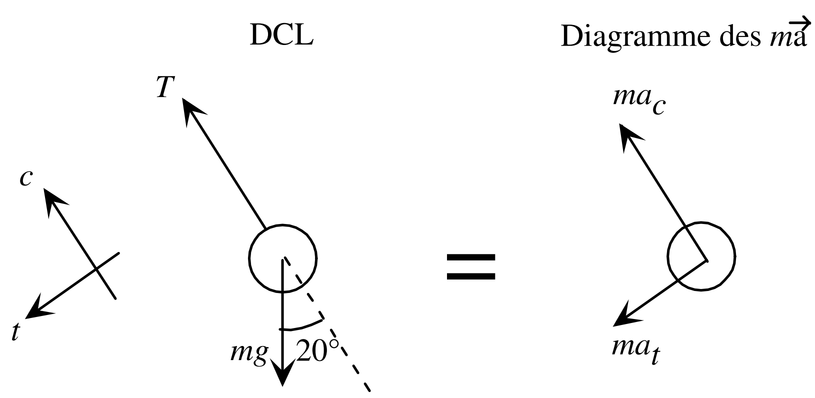
Étape 2 : Faire un diagramme des $m\vec{a}$. Si le mouvement est circulaire, $\vec{a}$ se décompose en composantes a_c et a_t.

Étape 3 : Comparer les composantes des vecteurs sur ces deux diagrammes et utiliser la 2ème loi de Newton. On peut comparer des composantes « *x* » et « *y* » ou des composantes « *c* » et « *t* ».

Exemple 7.8 : Un pendule simple est composé d'une boule (masse = 2 kg) suspendue au bout d'une corde. Dans la position ci-dessous, la boule possède une vitesse de 2 m/s. Calculez son accélération centripète, son accélération tangentielle et la tension dans la corde.



Faisons le DCL et le diagramme des $m\vec{a}$ de la boule. La boule subit 2 forces : le poids et la tension de la corde.



(suite de l'exemple 7.8)

La boule bouge selon une trajectoire circulaire dont le centre est le point A; elle a donc une accélération centripète dirigée vers le point A. Son accélération tangentielle n'est pas nulle puisque la somme des forces (sur le DCL) dans le sens « t » n'est pas nulle.

L'accélération centripète est calculée à l'aide de : $a_c = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{(2 \text{ m/s})^2}{0{,}5 \text{ m}}$

$\boldsymbol{a_c}$ **= 8 m/s²**.

$\sum F_c = ma_c \quad T - mg\cos(20°) = ma_c$

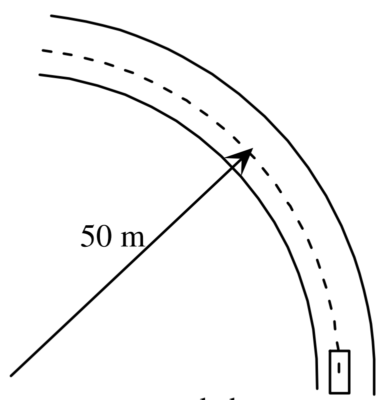
$T - (2 \text{ kg})(9{,}81 \text{ m/s}^2)\cos(20°) = (2 \text{ kg})(8 \text{ m/s}^2)$

$\sum F_t = ma_t \quad mg\sin(20°) = ma_t$

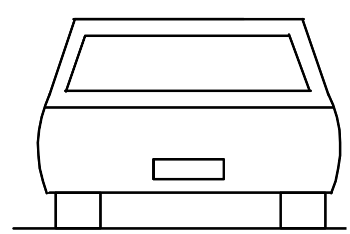
$(2 \text{ kg})(9{,}81 \text{ m/s}^2)\sin(20°) = (2 \text{ kg})\, a_t$

La solution de ce système d'équations est :
$\boldsymbol{T}$ **= 34,44 N** et $\boldsymbol{a_t}$ **= 3,36 m/s²**.

Exemple 7.9 : Une voiture (masse = 1000 kg) doit emprunter, à vitesse constante, une portion de route circulaire glacée (μ_s = 0,1). Quelle est la vitesse maximale de la voiture, si son conducteur désire demeurer sur la route?



vue de haut

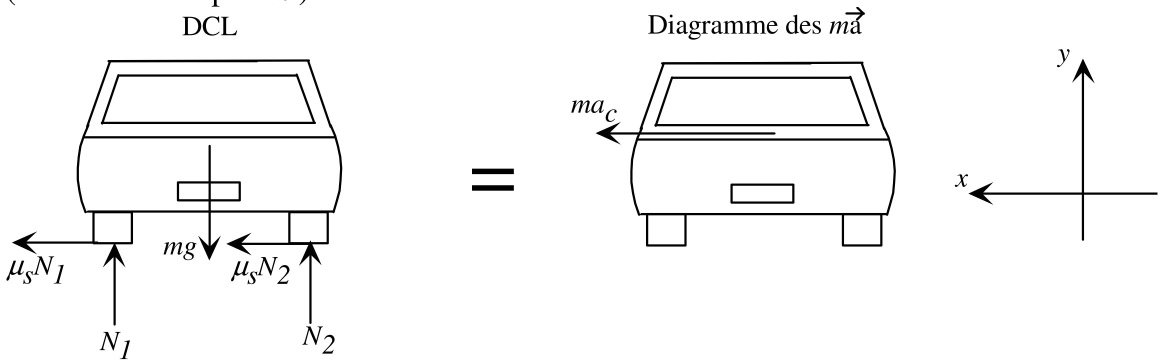


vue arrière

On veut la vitesse maximale de la voiture, c'est-à-dire celle pour laquelle la voiture est *sur le point de glisser*. La force de frottement, dans ce cas, est $F_f = \mu_s N$.

La voiture se déplaçant sur une trajectoire circulaire, elle a forcément une accélération centripète a_c. Cependant, sa vitesse étant de grandeur constante, $\boldsymbol{a_t}$ **= 0**.

(suite de l'exemple 7.9)



$\sum F_x = ma_x \quad \mu_s N_1 + \mu_s N_2 = ma_c \qquad$ et on sait que $a_c = \dfrac{v^2}{R}$

$$0{,}1\ N_1 + 0{,}1\ N_2 = (1000\ \text{kg})\left(\frac{v^2}{50\ \text{m}}\right)$$

$$\sum F_y = ma_y \quad N_1 + N_2 - mg = 0$$

$$N_1 + N_2 - (1000\ \text{kg})(9{,}81\ \text{m/s}^2) = 0$$

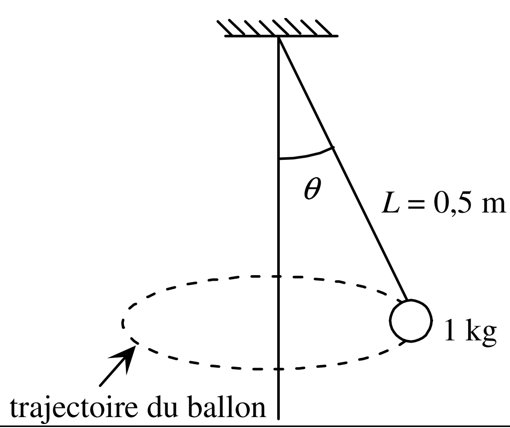
Nous avons 2 équations et 3 inconnues. Il n'est donc pas possible de trouvez les 3 inconnues. Nous pouvons cependant considérer $N_1 + N_2$ comme **une** inconnue.

$$0{,}1\ (N_1 + N_2) = (1000\ \text{kg})\left(\frac{v^2}{50\ \text{m}}\right)$$

$$(N_1 + N_2) - (1000\ \text{kg})(9{,}81\ \text{m/s}^2) = 0$$

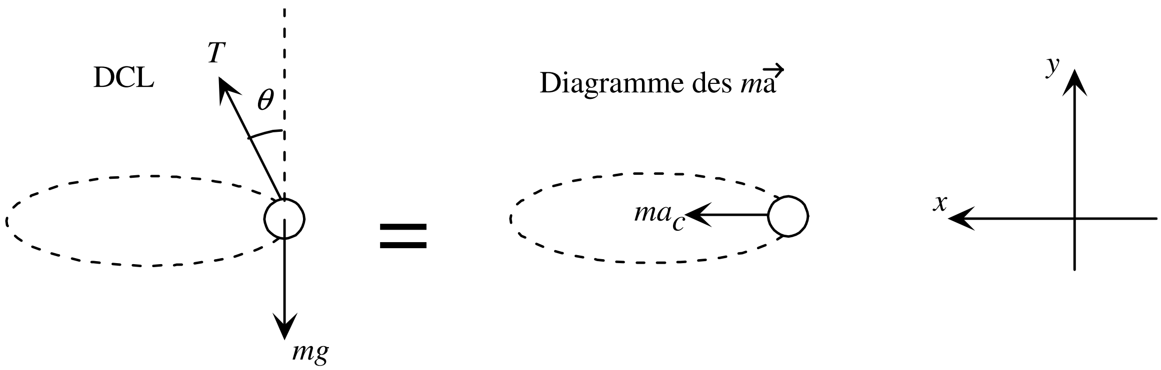
La solution : $N_1 + N_2 = 9810$ N et $\boldsymbol{v}$ **= 7 m/s** (25,2 km/h… il faut faire attention !)

Exemple 7.10 : Un ballon (masse = 1 kg), suspendu au bout d'une corde, tourne à une vitesse constante (0,5 m/s) autour d'un poteau. Calculez l'angle θ et la tension T dans la corde.



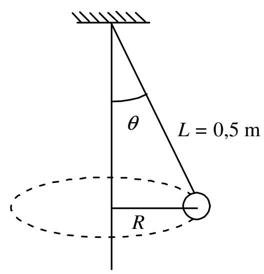
(suite de l'exemple 7.10)

Comme dans tous les exemples de ce chapitre, il faut faire le diagramme de forces d'un objet. Choisissons le ballon. Deux forces agissent sur le ballon : le poids et la tension de la corde. D'autre part, le mouvement du ballon est une trajectoire circulaire horizontale; l'accélération centripète est dirigée vers le centre de cette trajectoire. La vitesse étant de grandeur constante, $\boldsymbol{a_t = 0}$.



On sait que $a_c = \dfrac{v^2}{R}$

Mais R est le rayon du cercle et avec un peu de trigonométrie on voit que $R = L \sin(\theta) =$ 0,5 m $\sin(\theta)$



$\sum F_x = ma_x \quad T \sin(\theta) = ma_c$

$$T \sin(\theta) = (1 \text{ kg}) \frac{(0{,}5 \text{ m/s})^2}{(0{,}5 \text{ m}) \sin(\theta)}$$

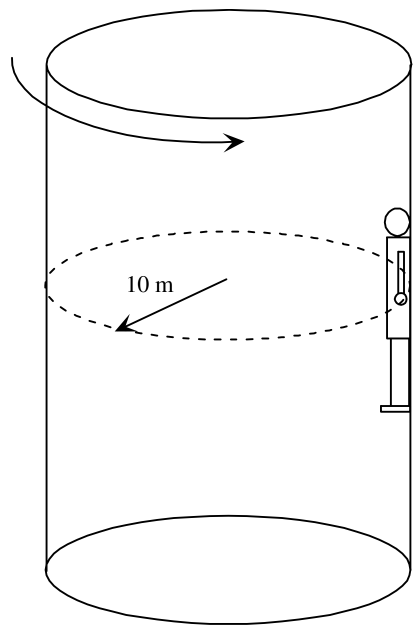
$\sum F_y = ma_y \quad T \cos(\theta) - mg = 0$

$$T \cos(\theta) - (1 \text{ kg})\,(9{,}81 \text{ m/s}^2) = 0$$

Nous avons 2 équations à 2 inconnues. La solution est :

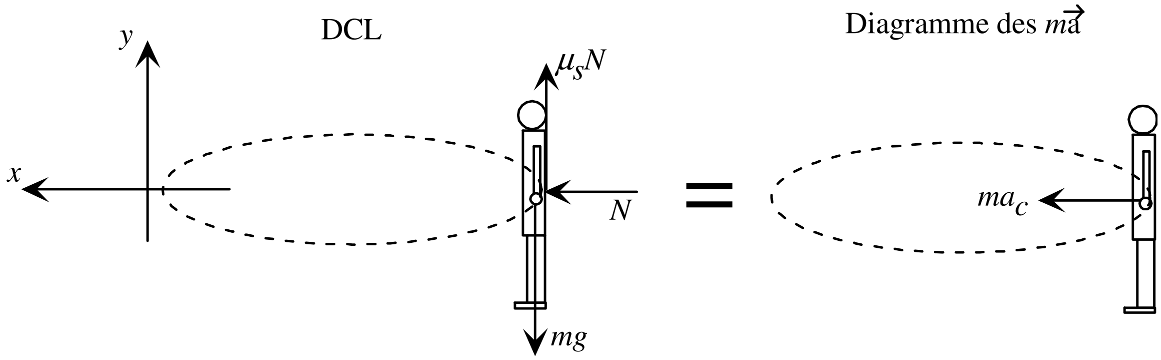
$\boldsymbol{T}$ **= 10,06 N** et $\boldsymbol{\theta}$ **= 12,9°**.

Exemple 7.11 : Un homme (masse = 80 kg) est maintenu dans une position verticale sur la paroi d'un manège de parc d'attraction en rotation à vitesse angulaire ω constante. Quelle est la vitesse angulaire minimale nécessaire pour que l'homme demeure « collé » à la paroi? Le coefficient de frottement statique de la paroi est μ_s = 0,9.



Si la vitesse angulaire est trop petite, l'homme va glisser (vers le bas) sur la paroi. La vitesse angulaire minimale correspond à une situation où l'homme est *sur le point de glisser*. La force de frottement est alors $F_f = \mu_s N$. La vitesse de l'homme est $v = \omega R$, et son accélération centripète est $a_c = \frac{v^2}{R}$. L'accélération tangentielle a_t = 0, puisque la vitesse est de grandeur constante.

(suite de l'exemple 7.11)



$\sum F_x = ma_x \quad N = ma_c$

$N = (80\text{ kg})\ \dfrac{v^2}{10\text{ m}}$

$\sum F_y = ma_y \quad \mu_s N - mg = 0$

$0{,}9\ N - (80\text{ kg})(9{,}81\text{ m/s}^2) = 0$

La solution de ce système d'équations est : $N =$ 872 N $\quad v =$ 10,44 m/s.

Et comme $v = \omega R$

10, 44 m/s = ω(10 m)

ω = 1,044 rad/s

Problèmes du chapitre 7:

Cinétique sans frottement

1. Un bloc de 100 N est accroché à un bloc de 55 N au moyen d'une corde et d'une poulie comme indiqué sur la figure 1. La surface est sans frottement.
   Déterminez :
   a) l'accélération du système;
   b) la tension de la corde.

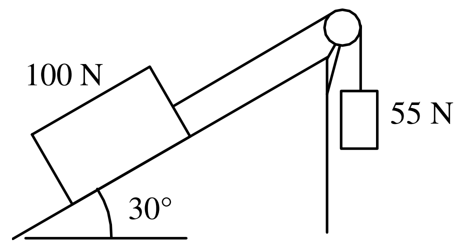


Figure 1

2. On tire un bloc de 20 kg à l'aide d'une corde sur une table sans frottement. L'accélération du bloc est de 2 m/s^2.

   a) Quelle est la tension dans la corde ?
   b) Où sera le bloc après 10 secondes s'il part du repos ?
   c) Quelle est la valeur de la force normale de la table?

3. On tire une balle de fusil de 3 grammes dans un bloc de bois. Elle y pénètre sur une longueur de 10 cm. Connaissant la vitesse de la balle au moment du choc, soit 40000 cm/s, déterminez :

   a) la force moyenne qui décélère la balle ;
   b) le temps durant lequel la balle est en mouvement dans le bloc.

4. On pousse avec une force F sur 2 blocs, l'un pesant 1 N et l'autre pesant 4 N, accolés l'un contre l'autre comme indiqué à la figure 2. Les blocs se déplacent sur une surface polie et prennent une accélération de 20 cm/s^2.

   a) Quelle est la force F requise ?
   b) Quelle est la force que les blocs exercent l'un sur l'autre ?
   c) Refaites le problème en appliquant maintenant la force F, vers la gauche, sur le bloc de 4 N.

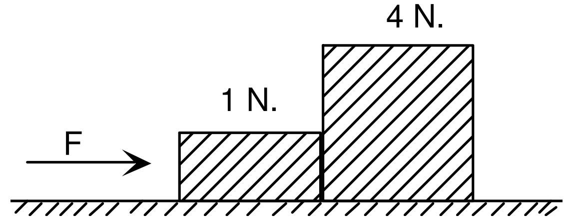


Figure 2

5. Un passager dans un ascenseur observe que le poids apparent d'un bloc placé sur une balance près de lui est de 800 N. Il sait par ailleurs que le poids de ce bloc était de 600 N. au départ, avant que l'ascenseur se mette en mouvement.

   a) Expliquez la différence de poids ;
   b) Calculez l'accélération de l'ascenseur ;
   c) Quel serait le poids apparent du bloc si l'ascenseur descendait avec une accélération de 4 m/s^2 ?
   d) Quel serait le poids apparent du bloc si l'ascenseur descendait à vitesse constante ?
   e) Quelle est la masse du bloc quand la balance indique que son poids est de 800 N?

6. Un bloc de 16 N est suspendu à un bloc de 32 N à l'aide d'une corde sans masse comme illustré à la figure 3. Une force verticale F est appliquée au bloc de 32 N ; elle est dirigée vers le haut.

   a) Calculez F et T (tension dans la corde) quand le système a une accélération de 10 m/s^2 vers le haut ;
   b) Calculez la tension T et l'accélération du système lorsque la force F = 40 N.

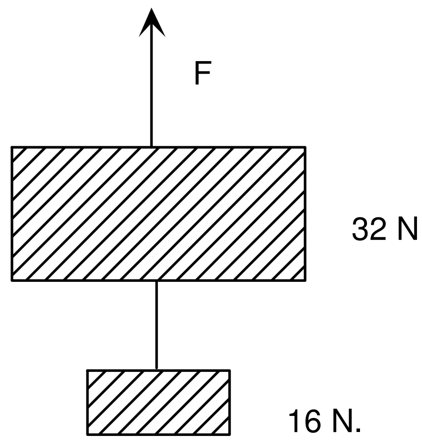


Figure 3

7. On applique une force F = 20 N, formant un angle de 37° au-dessus de l'horizontale, sur un bloc de 40 kg comme indiqué à la figure 4.

   a) Quelle est la force normale du plan ?
   b) Quelle est l'accélération du bloc ?

   On applique la même force à 37° au-dessous de l'horizontale. Calculez :

   c) la force normale au plan ;
   d) l'accélération du bloc.

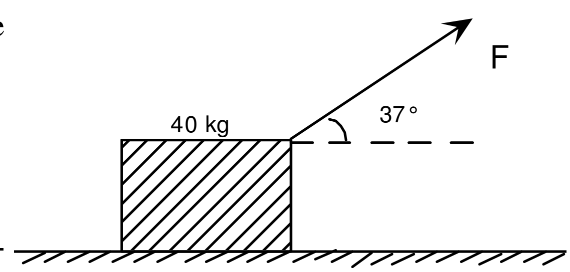


Figure 4

8. On observe qu'une masse de 2 kg descend sur un plan incliné sans frottement formant un angle de 24° avec l'horizontale avec une accélération de 4 m/s^2.

   a) Calculez la valeur de g en utilisant les résultats de cette expérience ;
   b) Quelle serait l'accélération de la masse si on remplaçait la masse de 2 kg par une masse de 5 kg ?

9. Une automobile, filant à 50 km/h, entre en collision avec un mur de béton rigide. La durée de la collision est évaluée à 72 ms.

   a) Quelle est l'accélération de l'auto ?
   b) À combien de "*g*" le conducteur sera-t-il exposé ?
   c) Le conducteur de 600 N est retenu en place au moyen d'une ceinture de sécurité. Quelle force totale cette ceinture doit-elle être capable d'exercer, si on néglige le frottement exercé par le siège?

10. Un bloc de 40 N est relié à un autre bloc de 20 N par une corde comme indiqué à la figure 5. Les 2 blocs sont placés sur un plan incliné formant un angle de 37° avec l'horizontale. Calculez :

   a) l'accélération du système ;
   b) la tension dans la corde.

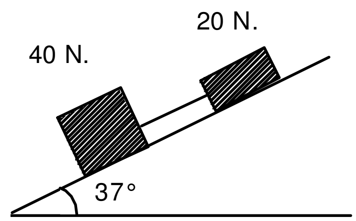


Figure 5

11. Quelle accélération une force de 27 N va-t-elle donner aux blocs de la figure 6 ?
    Quelle sera la tension dans les 2 cordes A et B ?

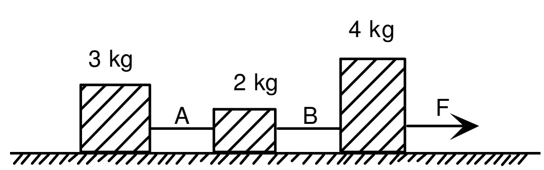


Figure 6

Cinétique : forces de frottement

12. Une rondelle pesant 1,1 N glisse sur une distance de 15 mètres avant de s'arrêter.

a) Si la vitesse initiale de la rondelle est de 6,1 m /s, calculez la force de frottement entre la rondelle et la glace ;
b) Que vaut le coefficient de frottement cinétique ?

13. À l'aide d'une corde faisant un angle de 15° au-dessus de l'horizontale, un homme tire une caisse de 68 kg sur un plancher.

a) Si le coefficient de frottement statique est de 0,5, calculez la tension requise pour mettre la caisse en mouvement ;
b) Si $\mu_k = 0{,}35$ et que la tension est 350 N, quelle est l'accélération ?

14. Une force horizontale P de 50 N presse un bloc de 20 N contre un mur comme illustré à la figure 7. Le coefficient de frottement statique entre le mur et le bloc vaut 0,6 et le coefficient de frottement cinétique est de 0,4. On suppose que la vitesse initiale est nulle.

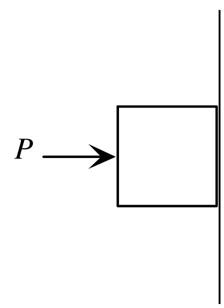


Figure 7

a) Le bloc bougera-t-il ?
b) Quelle force le mur exerce-t-il sur le bloc ?

15. À la figure 8, le bloc B pèse 710 N. Le coefficient de frottement statique entre le bloc et la table est de 0,25. Quel doit être le poids maximum du bloc A pour que le système reste en équilibre ?

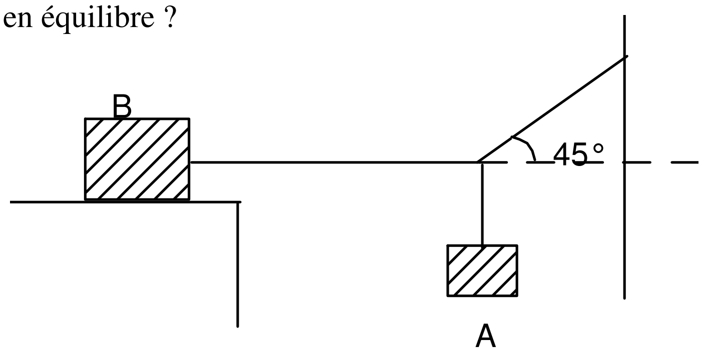


Figure 8

16. La figure 9 représente des blocs A et B de 44 N et de 22 N respectivement.

a. Quel doit être le poids minimum de C pour que l'équilibre du système soit conservé avec $\mu_s = 0{,}2$?
b. On enlève subitement le bloc C. Quelle est l'accélération du bloc A si $\mu_k = 0{,}2$ entre A et la table ?

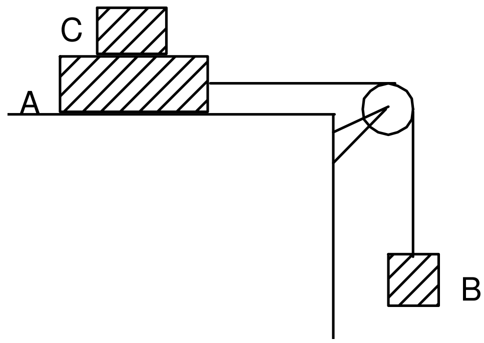


Figure 9

Cinétique : Force centripète

17. Une masse est soutenue par un câble (angle $\theta = 40°$) de 2 m et une corde horizontale tel qu'illustré à la figure 10. On coupe la corde.

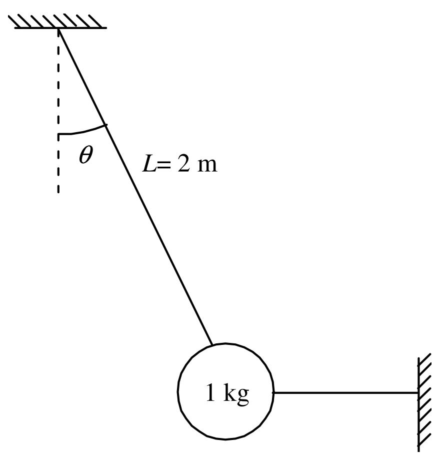


Figure 10

Déterminez :

a) la tension dans le câble avant qu'on coupe la corde;
b) la tension dans le câble tout juste après la coupe.

18. Une masse suspendue à un câble tourne à vitesse constante au bout d'un poteau comme indiqué à la figure 11. Si $\theta = 40°$,

a) Calculez la tension dans le câble;
b) Calculez la vitesse de la masse.

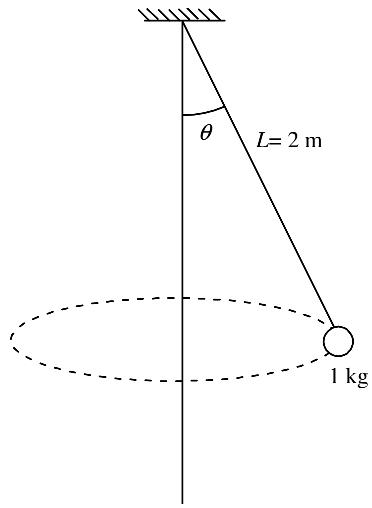


Figure 11

19. Un avion effectue un cercle à une vitesse constante de 180 m/s tel qu'illustré à la figure 12. Quelle est la force exercée par le siège sur le pilote (m = 85 kg) en A et B ?

Note : cette force est appelée le **poids apparent** du pilote.

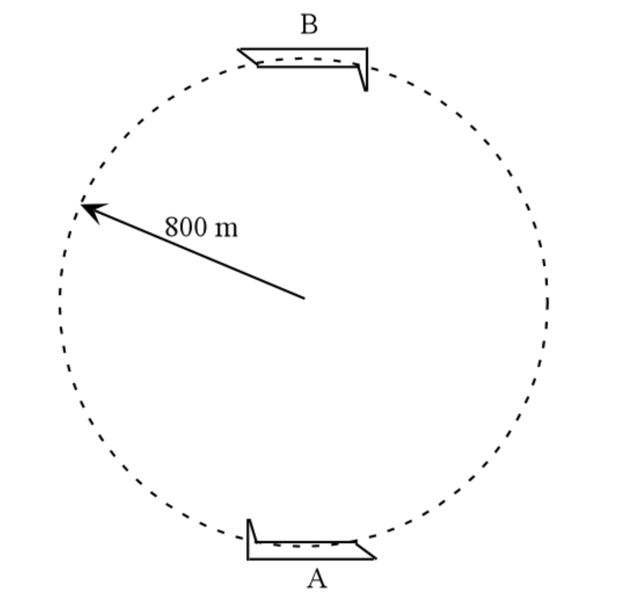


Figure 12

20. Une voiture (m = 2000 kg) met brusquement les freins (les roues bloquent) au fond d'une courbe de rayon 150 m, tel qu'illustré à la figure 13. Le coefficient de frottement entre les pneus et le sol est μ_k = 0.7. Sa vitesse est de 100 km/h à ce moment.

Quelle est l'accélération tangentielle de la voiture à ce moment?

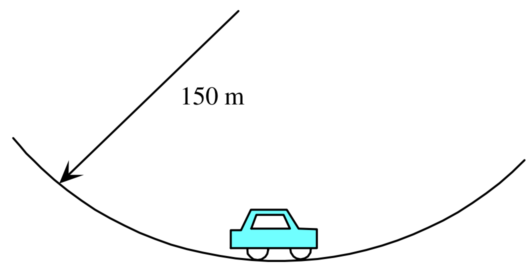


Figure 13

Réponses :

1. **a) a = 0,316 m/s^2 (le bloc de 55 N descend)**
   b) T = 53,23 N

2. **a) T = 40 N**
   b) Δx = 100 m
   c) N = 196,2 N

3. **a) $F = 2{,}4 \times 10^3$ N**
   b) $\Delta t = 5 \times 10^{-4}$ s

4. **a) F = 0,1 N**
   b) N_{AB} = 0,08 N
   c) F = 0,1 N N_{AB} = 0,02 N

5. **a) ascenseur en mouvement accéléré vers le haut MRUA.**
   b) a = +3,27 m/s^2
   c) 355,35 N
   d) 600 N
   e) m = 61,16 kg, constante.

6. **a) F = 96,93 N ; T = 32,31 N**
   b) T = 13,33 N ; a = -1,635 m/s^2

7. **a)** N **= 380,36 N**
b) a **= 0,40 m/s²**

c) N **= 404,44 N**
d) a **= 0,40 m/s²**

8. **a)** $g = 9{,}83\ \mathrm{m/s^2}$
b) $a = 4\ \mathrm{m/s^2}$

9. **a)** $a = -192{,}9\ \mathrm{m/s^2}$
b) $19{,}66 = a/g$
c) $T = 11\,798\ \mathrm{N}$

10. **a)** $a = 5{,}90\ \mathrm{m/s^2}$
b) $T = 0\ \mathrm{N}$

11. $a = 3\ \mathrm{m/s^2}$; $T_A = 9\ \mathrm{N}$; $T_B = 15\ \mathrm{N}$

12. **a)** $F_f = 0{,}14\ \mathrm{N}$
b) $\mu_k = 0{,}13$

13. **a)** $T = 304{,}51\ \mathrm{N}$
b) $a = 2\ \mathrm{m/s^2}$

14. **a) Non**
b) 50 N vers la gauche, 20 N vers le haut

15. $W_A = 177{,}5\ \mathrm{N}$

16. **a)** $W_C = 66\ \mathrm{N}$
b) $a_A = 1{,}96\ \mathrm{m/s^2}$

17. **a)** $T = 12{,}81\ \mathrm{N}$
b) $T = 7{,}51\ \mathrm{N}$

18. **a)** $T = 12{,}81\ \mathrm{N}$
b) $v = 3{,}25\ \mathrm{m/s}$

19. $N_A = 4276{,}35\ \mathrm{N}$ **et** $N_B = 2608{,}65\ \mathrm{N}$

20. $a_t = 10{,}47\ \mathrm{m/s^2}$ **(de sens contraire au mouvement).**