PHY-144 : Introduction à la physique du génie

Chapitre 2 : Statique: équilibre de translation.

2.1 Introduction

Le cours PHY-144 est un cours qui traite de la « mécanique ». La mécanique est la science qui étudie les conditions de repos, de mouvement et de déformation des corps.

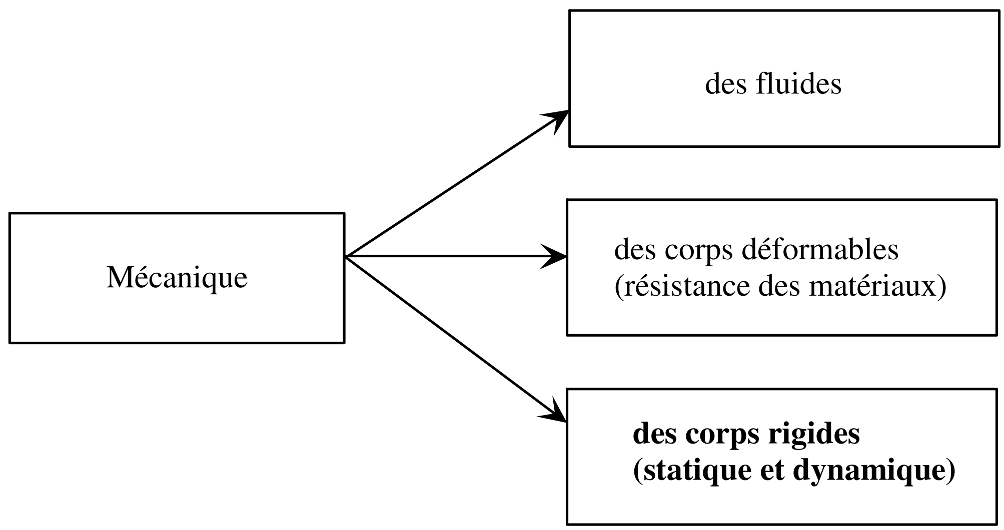


Figure 2.1 : Les branches de la mécanique.

Dans ce cours, nous étudierons le cas le plus simple, c'est-à-dire **la statique et la dynamique des corps rigides**. Lorsqu'un corps est soumis à des forces, il peut possiblement se déformer. Un corps est considéré « rigide » lorsque cette déformation est négligeable. La statique et la dynamique des corps rigides ne s'intéressent qu'à l'effet des forces sur le repos et le mouvement des corps. L'étude de leur déformation est habituellement vue dans des cours intitulés « résistance des matériaux ». Dans ce chapitre 2, nous nous intéresserons à la statique des corps rigides, c'est- à-dire aux corps rigides au repos.

2.2 Les forces

Qu'est-ce qu'une force?

Une force est l'action d'un corps sur un autre.

Une force est un **vecteur**. Comme tout vecteur, la force est désignée par un symbole surmonté d'une petite flèche :

$$\vec{F}$$

En plus des caractéristiques habituelles des vecteurs (grandeur, direction, sens), une autre caractéristique de la force est son **point d'application**. À la figure 2.2, on comprend que l'effet de la force $\vec{F}$ est différent si elle est appliquée au point A ou au point B.

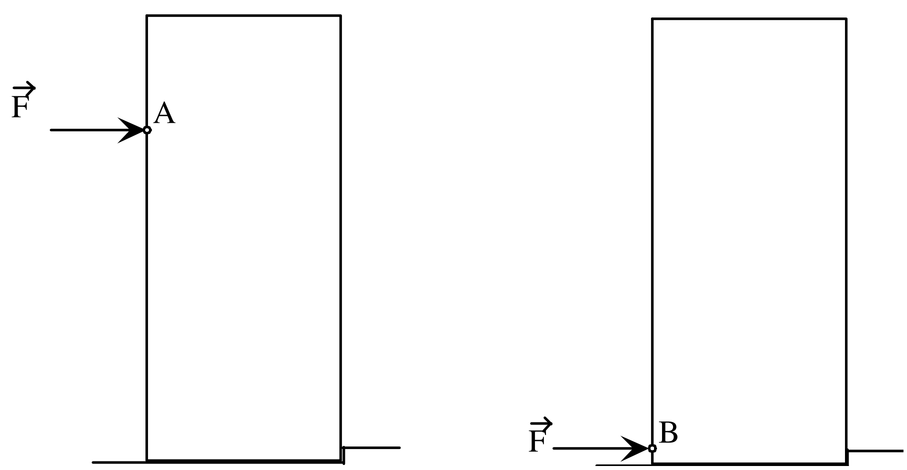


Figure 2.2 : Le point d'application d'une force est important.

L'unité SI de la force est le newton (N) :

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \times 1 \text{ m/s}^2$$

En bref :

Une force $\vec{F}$ possède :

- Une grandeur F (en newtons)
- Une direction
- Un sens
- Un point d'application

Voyons maintenant quelques exemples de forces.

2.2.1 Le poids (force gravitationnelle)

Le **poids** d'un objet est l'action de la planète sur cet objet. Il est fréquemment désigné par le symbole $\vec{W}$.

Les caractéristiques du poids sont :

- Sa grandeur :

$$\boxed{W = mg}$$

où m = la masse (en kg) et g = 9,81 m/s^2 (sur la Terre).

- Sa direction et son sens: **verticalement, vers le bas**.
- Son point d'application : au « centre de gravité » de l'objet (le centre de l'objet, si celui-ci est symétrique).

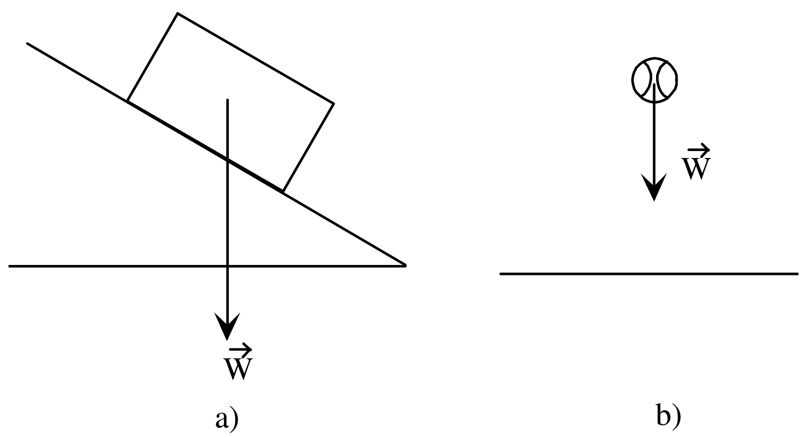


Figure 2.3 a) Le poids d'un bloc sur un plan incliné.
b) Le poids d'une balle de tennis en mouvement.

2.2.2 La force de contact

Si l'objet qui nous intéresse est en contact avec une surface quelconque, cet objet subit une force, exercée par la surface sur l'objet.

Si on considère le bloc sur le plan incliné de la figure 2.3a), ce bloc ne peut pas pénétrer dans le plan. Une force perpendiculaire au plan, ou « **normale** » $\vec{N}$, l'en empêche (note : le mot « normal » est un synonyme de « perpendiculaire »).

Il est possible que le plan soit assez « rugueux » pour empêcher le bloc de glisser le long du plan. Le plan exerce alors une « **force de frottement** » $\vec{F}_f$ sur le bloc.

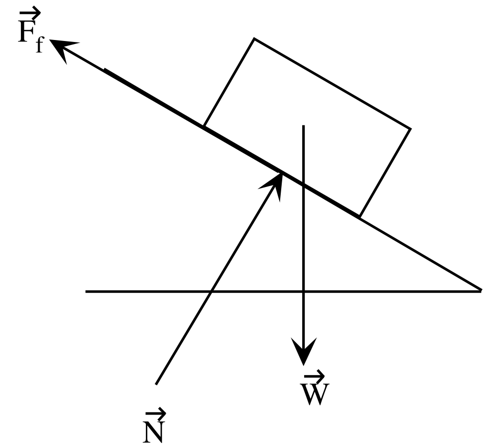


Figure 2.4 : Forces de contact $\vec{N}$ et $\vec{F}_f$ sur un bloc.

La force $\vec{N}$ est toujours **perpendiculaire** à la surface de contact. La force de frottement $\vec{F}_f$ est toujours **parallèle** à la surface de contact.

2.2.3 La tension d'une corde

Si l'objet qui nous intéresse est attaché à une corde (ou un câble), la force exercée par la corde sur l'objet est désignée par le symbole $\vec{T}$. La grandeur de cette force est appelée **tension** dans la corde.

La force $\vec{T}$ est toujours dans la direction de la corde et dans le sens pour lequel la corde **tire** sur l'objet. Note : toutes les cordes considérées dans ce cours sont de poids négligeable et forment donc une belle ligne droite lorsqu'elles sont tendues.

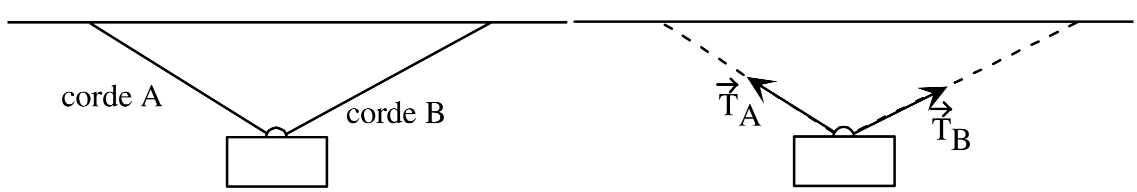


Figure 2.5 : Forces exercées par des cordes tendues.

2.2.3.1 Les cordes et les poulies

Les poulies sont des instruments simples permettant, dans certains arrangements, de soulever des poids plus facilement.

Si une poulie est statique (ne tourne pas) et qu'il n'y a pas de frottement au niveau de son axe, alors :

la tension dans la corde est la même de chaque côté de la poulie.

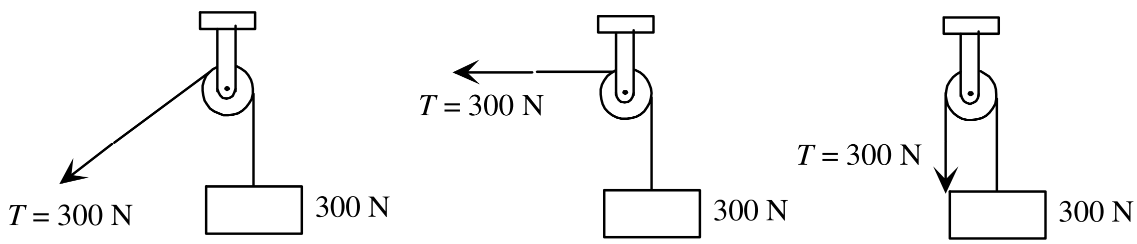


Figure 2.6 : la tension dans la corde est la même de chaque côté de la poulie.

Dans l'exemple de la figure 2.6, si la tension à gauche de la poulie était supérieure à 300 N, la poulie tournerait dans le sens anti-horaire. Pour que la poulie ne tourne pas, cette tension doit être égale à 300 N, peu importe l'orientation de la corde.

2.3 Les 3 lois de Newton

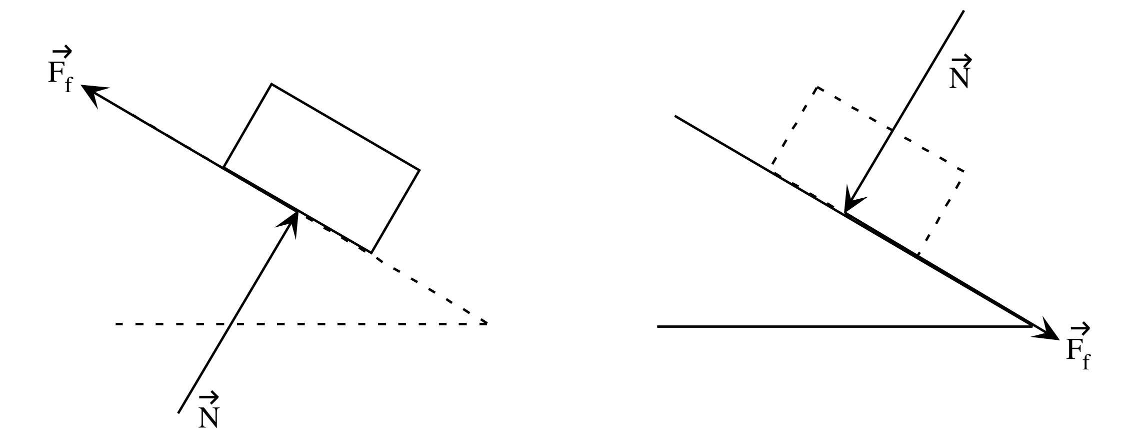
En mécanique, on utilise constamment 3 « lois » qui furent énoncées pour la première fois par Isaac Newton (1642-1727). Ces 3 « lois » ne sont rien d'autre que des **principes de base** qui permettent de faire des calculs et des prédictions qui **collent à la réalité**.

1ère loi : Si la force résultante sur un objet est nulle, alors l'objet demeure au repos s'il était déjà au repos, et bouge en ligne droite avec une vitesse constante s'il était déjà en mouvement.

2ème loi : S'il y a une force résultante sur un objet, alors l'objet subit une accélération $\vec{\mathbf{a}}$ proportionnelle à la force résultante.

$$\boxed{\sum \vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}}$$

3ème loi : Si un objet A exerce une force sur un objet B, alors l'objet B exerce sur l'objet A une force de même grandeur, de même direction et de sens opposé.



Forces exercées **sur le bloc** (par le plan)

Forces exercées **sur le plan** (par le bloc). Elles sont de grandeur égale, mais de sens opposé.

Figure 2.7 : La 3ème loi de Newton pour un bloc sur un plan incliné.

2.4 L'équilibre de translation

Pour qu'un objet soit au repos, il faut absolument que **la force résultante $\vec{R}$ sur cet objet = 0**.

$$\boxed{\vec{R} = \sum \vec{F} = 0}$$ [**]

Sinon, l'objet serait accéléré (2ème loi de Newton).

Cette condition est appelée « **équilibre de translation** ».

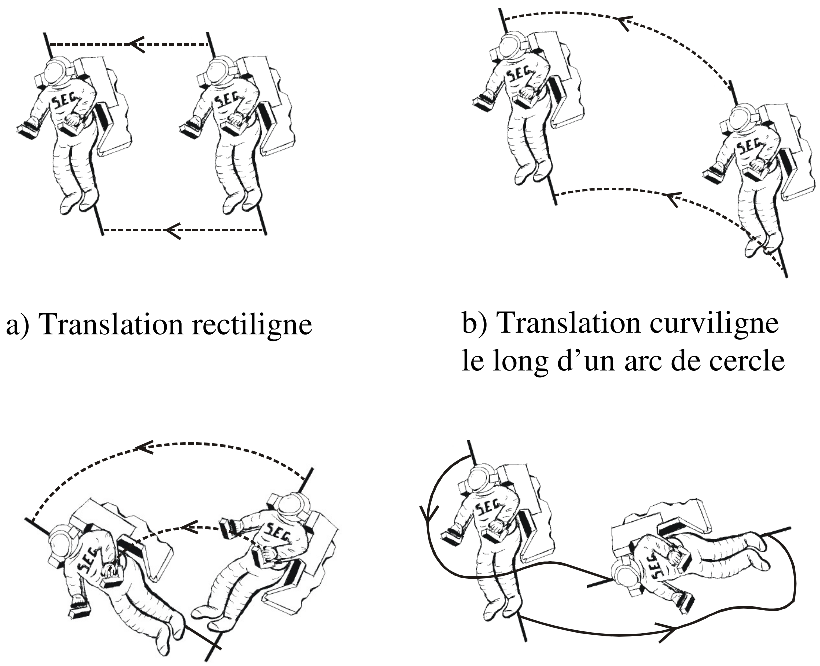
On a vu, au chapitre 1, qu'il est aisé d'additionner des forces en les décomposant en « composantes *x* » et en « composantes *y* ». Pour qu'un vecteur soit égal à 0, il doit être de grandeur égale à 0. Chaque composante d'un tel vecteur est égale à 0 !

Et donc, la condition d'**équilibre de translation** peut s'écrire :

$$\boxed{\begin{array}{c} R_x = \sum F_x = 0 \\ R_y = \sum F_y = 0 \end{array}}$$

[**] Le « 0 » est en fait, ici, un 0 vectoriel. Pour être formel, nous pourrions l'écrire $\vec{0}$.

Note : la translation est un type de mouvement ou toutes les particules de l’objet ont des trajectoires parallèles et parcourent la même distance. Voici différents types de mouvement :



a) Translation rectiligne

b) Translation curviligne le long d’un arc de cercle

c) Rotation autour d’un point

d) Rotation et translation.

Figure 2.8 : Différents types de mouvement.

2.5 Le diagramme de forces (DCL)

Pour résoudre les problèmes de statique, la méthode la plus efficace est la suivante :

Étape 1 : On choisit un objet.

Étape 2 : On dessine le **diagramme de forces** de l’objet, aussi appelé **DCL** (diagramme du corps libre). Il s’agit d’un dessin de l’objet choisi et des **forces** exercées **sur** l’objet. On peut y ajouter un système d’axes *x-y*.

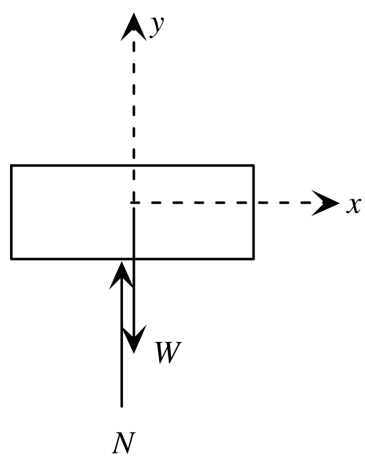
Étape 3 : On écrit les conditions d’équilibre.

Étape 4 : On résout les équations.

Exemple 2.1 : Un bloc de masse 10 kg est au repos sur une table. Calculez la grandeur de la force de la table sur le bloc.

Objet choisi : le bloc. Son poids est $W = mg = (10\ \text{kg})(9{,}81\ \text{m/s}^2) = 98{,}1\ \text{N}$

Diagramme de forces : [**]



Conditions d'équilibre :

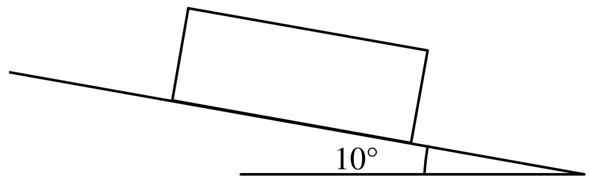
$$\sum F_x = 0 \qquad \text{Aucune force en } x.$$
$$\sum F_y = 0 \qquad N - 98{,}1\ \text{N} = 0$$

Réponse : ***N* = 98,1 N**.

[**] Note des auteurs : sur les diagrammes de forces, nous avons choisi de représenter les forces à l'aide de leur grandeur ou de leurs composantes. Il n'y a donc pas de « flèches » sur *N* et *W*.

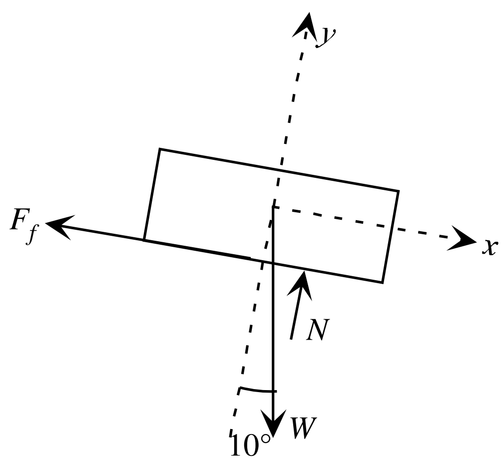
Exemple 2.2 : Un bloc de masse 10 kg est au repos sur un plan incliné.

a) **Calculez la grandeur de la force normale sur le bloc.**
b) **Calculez la grandeur de la force de frottement sur le bloc.**

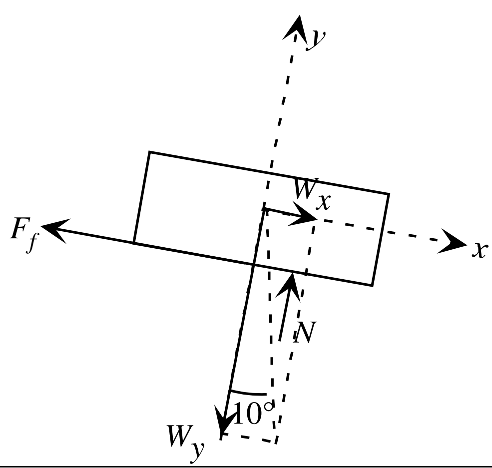


Objet choisi : le bloc. Son poids est $W = mg = (10\text{ kg})(9{,}81\text{ m/s}^2) = 98{,}1\text{ N}$

Diagramme de forces :



ou encore :



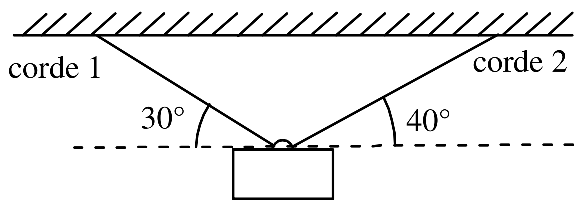
Conditions d'équilibre :

$\sum F_x = 0$ $\quad W_x - F_f = 0$ ou $\quad 98{,}1\ \text{N}\sin(10°) - F_f = 0$

$\sum F_y = 0$ $\quad N - W_y = 0$ ou $\quad N - 98{,}1\ \text{N}\cos(10°) = 0$

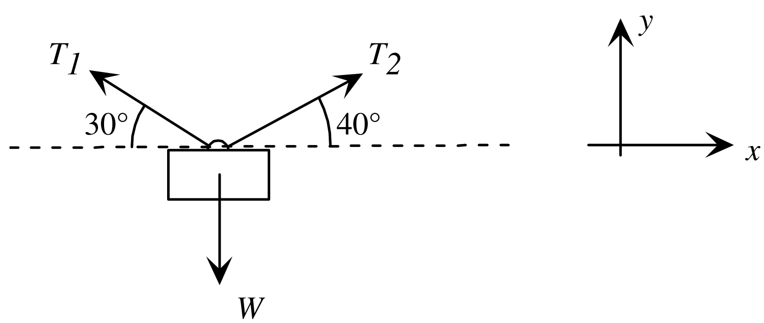
Réponse : ***N* = 96,6 N** ***F**$_f$* **= 17,0 N**

Exemple 2.3 : Un bloc de masse 10 kg est en équilibre, suspendu à l'aide de 2 cordes. Calculez la tension dans les 2 cordes.



Objet choisi : le bloc. Son poids : $W = mg = (10\ \text{kg})(9{,}81\ \text{m/s}^2) = 98{,}1\ \text{N}$

Diagramme de forces :



Conditions d'équilibre :

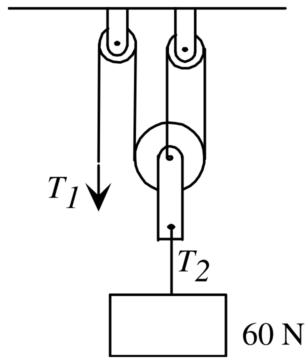
$\sum F_x = 0$ $\quad -T_1\cos(30°) + T_2\cos(40°) = 0$

$\sum F_y = 0$ $\quad -98{,}1\ \text{N} + T_1\sin(30°) + T_2\sin(40°) = 0$

Nous avons 2 équations et 2 inconnues. La solution est :

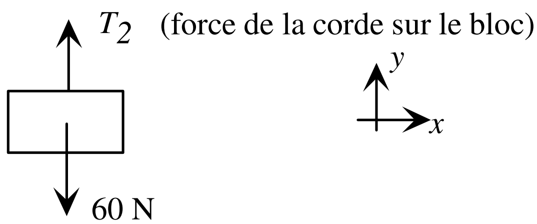
$\boldsymbol{T_1 = 79{,}97\ \text{N}}$ $\quad \boldsymbol{T_2 = 90{,}41\ \text{N}}$.

Exemple 2.4 : Un bloc de 60 N est en équilibre (ci-dessous). Si la poulie est de masse négligeable, calculez les tensions T_1 et T_2.



a) Objet choisi : le bloc.

Diagramme de forces :



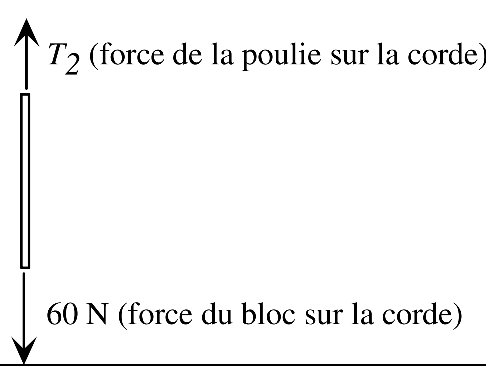
Conditions d'équilibre :

$\sum F_y = 0$ $\qquad$ $-60\text{ N} + T_2 = 0$

Donc $\mathbf{T_2 = 60\ N}$.

b) Objet choisi : la corde #2 (masse négligeable).

Diagramme de forces :



Conditions d'équilibre :

$\sum F_y = 0$ $\qquad$ $-60\text{ N} + T_2 = 0$

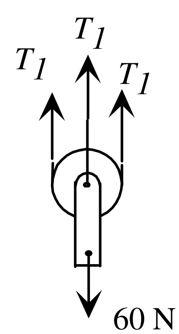
Donc $T_2 = 60$ N.

Note : Les diagrammes de forces des cordes sont peu utiles. Il est habituel de ne pas faire cette étape et de simplement considérer que la tension est la même à chaque bout de la corde.

c) Objet choisi : la poulie et le bout de corde qui l'entoure.

Diagramme de forces :

La tension est la même de chaque côté de chaque petite poulie (en haut à gauche et en haut à droite). La corde #1 tire donc, avec la même tension T_1, à 3 endroits différents de l'objet choisi :

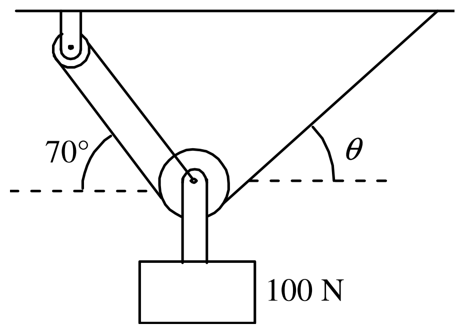


Conditions d'équilibre :

$\sum F_y = 0$ $\qquad$ $T_1 + T_1 + T_1 - 60\text{ N} = 0$

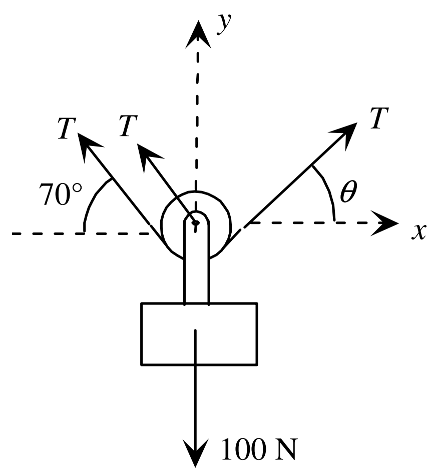
Donc $\boldsymbol{T_1} = \textbf{20 N}$.

Exemple 2.5 : Un bloc de 100 N est en équilibre (ci-dessous). Calculez la tension dans la corde et l'angle θ.



a) Objet choisi : le bloc, la poulie et le bout de corde qui l'entoure.

Diagramme de forces :



Conditions d'équilibre :

$$\sum F_x = 0 \qquad -T\cos(70°) + -T\cos(70°) + T\cos(\theta) = 0$$
$$\sum F_y = 0 \qquad -100\text{ N} + T\sin(70°) + T\sin(70°) + T\sin(\theta) = 0$$

À nouveau, nous avons un système de 2 équations, 2 inconnues.

On trouve : $\boldsymbol{\theta} = \mathbf{46{,}84°}$ et $\boldsymbol{T} = \mathbf{38{,}33\ N}$

Problèmes du chapitre 2:

Note : <u>toutes les poulies sont de masse négligeable</u>.

1. Un bloc pesant 36 N est au repos sur un plan incliné d'un angle de 37° avec l'horizontale, tel qu'illustré à la figure 1.

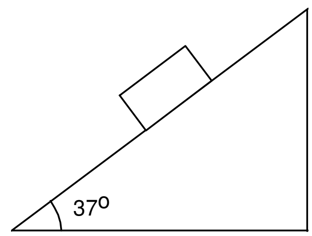


Figure 1

Déterminez :

a) la force normale au plan incliné;
b) la composante du poids parallèle au plan incliné;
c) la force de frottement.

2. Une force horizontale de 15 N tient en équilibre un bloc placé sur un plan incliné sans frottement, tel qu'illustré à la figure 2. L'angle que fait le plan incliné avec l'horizontale est de 30°.

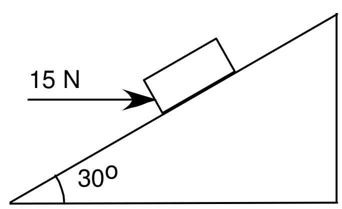


Figure 2

Déterminez :

a) le poids du bloc;
b) la grandeur de la force normale au plan.

3. Dans chacun des cas suivants (voir Figure 3), déterminez :

   a) le diagramme des forces agissant sur l'anneau en C (de masse négligeable);
   b) les équations algébriques (en x et y) qui décrivent l'équilibre;
   c) la tension dans chacune des cordes.

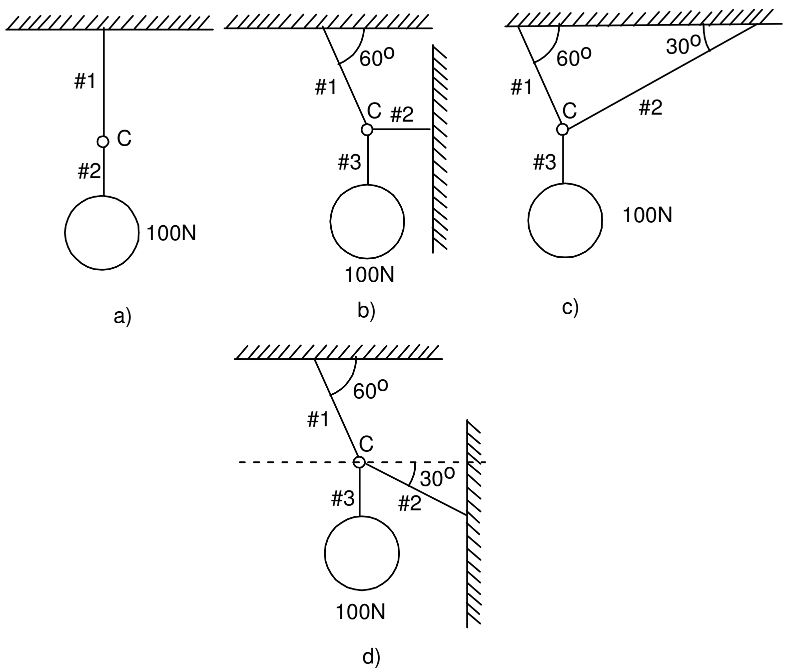


Figure 3

4. Un corps A (poids = 100 N) repose sur un plan, sans frottement, incliné à 37° avec l'horizontale, tel qu'illustré à la figure 4. Il est relié à un corps B par une corde passant par une poulie C.

   a) Faites le diagramme des forces (DCL) du corps A, puis celui du corps B;
   b) Calculez le poids du corps B si le système demeure en équilibre.

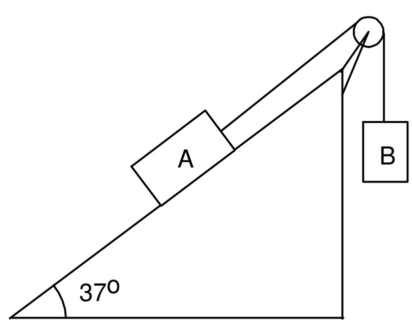


Figure 4

5. Trouvez l'angle θ et la tension T dans la corde supportant la poulie de la Figure 5. Suggestion : faites le diagramme de forces (DCL) de la poulie.

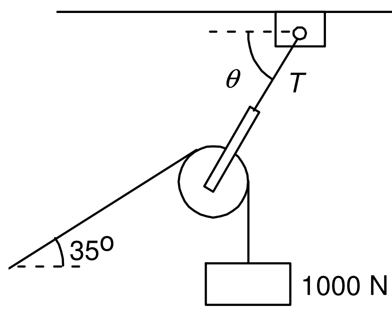


Figure 5

6. Trois cordes sont attachées à un anneau. Des poids sont suspendus à deux de ces cordes, tel qu'illustré à la figure 6.
Déterminez la tension exercée dans la troisième corde.

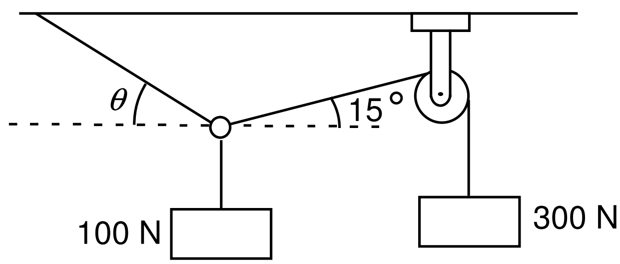


Figure 6

7. Déterminez les tensions T_1 et T_2 dans les cordes du montage suivant (voir Figure 7) :

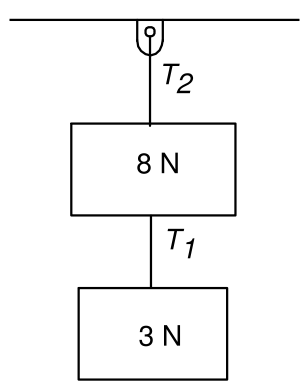


Figure 7

8. Quelle est la tension dans la corde du montage illustré à la figure 8?

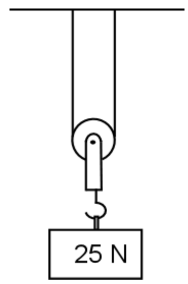


Figure 8

9. Déterminez l'angle θ et la tension T dans la corde sur laquelle tire la poulie dans le montage illustré à la figure 9.

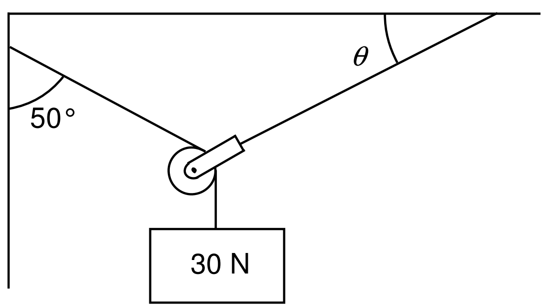


Figure 9

10. Considérez le montage présenté à la figure 10.
    a) Évaluez les tensions T_1, T_2 et T_3 dans les 3 cordes;
    b) Quelle force un individu doit-il exercer sur la corde pour soutenir le poids de 50 N ?

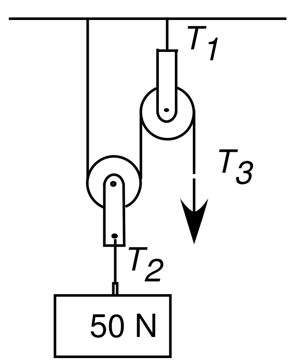


Figure 10

11. Considérez le montage indiqué à la figure 11.
   Déterminez l'angle θ et la tension T dans la corde sur laquelle tire la poulie.

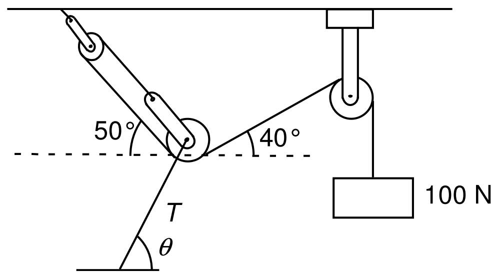


Figure 11

12. Considérez le montage illustré à la figure 12 :
   Évaluez les tensions T_1, T_2 et T_3 dans les 3 cordes.

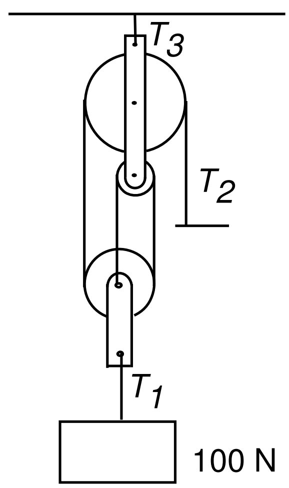


Figure 12

Réponses :

1. a) N = 28,75 N
   b) W_x = 21,67 N
   c) F_f = 21,67 N

2. a) W = 25,98 N
   b) N = 30 N

3. a) T_1 = 100 N T_2 = 100 N
   b) T_1 = 115,5 N T_2 = 57,74 N T_3 = 100 N
   c) T_1 = 86,6 N T_2 = 50 N T_3 = 100 N
   d) T_1 = 173,2 N T_2 = 100 N T_3 = 100 N

4. W_B = 60, 18 N

5. θ = 62,5° (1er quadrant) T = 1774, 02 N

6. T = 290,64 N θ =4,41° (2ème quadrant)

7. T_1 = 3 N T_2 = 11 N

8. T = 12,5 N

9. θ = 25°(1er quadrant) T = 25,36 N

10. $T_1 = T_2$ = 50 N T_3 = 25 N

11. T = 223,61 N θ = 103,43°

12. T_1 = 100 N T_2 = 33,33 N T_3 = 133,33 N