CINEMATIQUE

Mouvements à une dimension

MRUA: **M**ouvement **R**ectiligne **U**niformément **A**ccéléré

Signifie accélération constante

De $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ nous obtenons

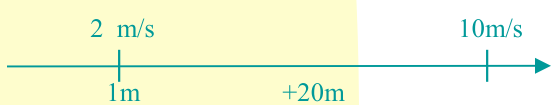
$$v_f = v_i + a \cdot \Delta t$$

Similairement,

$$x_f = x_i + v_i \cdot \Delta t + \tfrac{1}{2} a \cdot \Delta t^2$$

De ceux-ci on peut démontrer

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a \cdot \Delta x$$



Prends axes orientés, axe *y* etc...

Passer à la première page

CINEMATIQUE

Mouvements à une dimension

Une **chute libre** à la verticale est une trajectoire influencé seulement par l'accélération gravitationnelle g = $^{(-)}$ 9.81 m/s^2

En adoptant l'axe y conventionnel, les équations cinématiques deviennent,

$$v_f = v_i + a \cdot \Delta t \longrightarrow v_f = v_i - 9.81 \cdot \Delta t$$

$$x_f = x_i + v_i \cdot \Delta t + \tfrac{1}{2} a \cdot \Delta t^2 \longrightarrow x_f = x_i + v_i \cdot \Delta t - \tfrac{1}{2} 9.81 \cdot \Delta t^2$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a \cdot \Delta x \longrightarrow v_f^2 = v_i^2 - 2 \cdot 9.81 \cdot \Delta y$$

Exemples. Prv $t_{\_up} = t_{\_down}$. Chute d'un édifice, graphe $y(t)$. Fusé a=2g pour 1 min, chute libre ensuite.

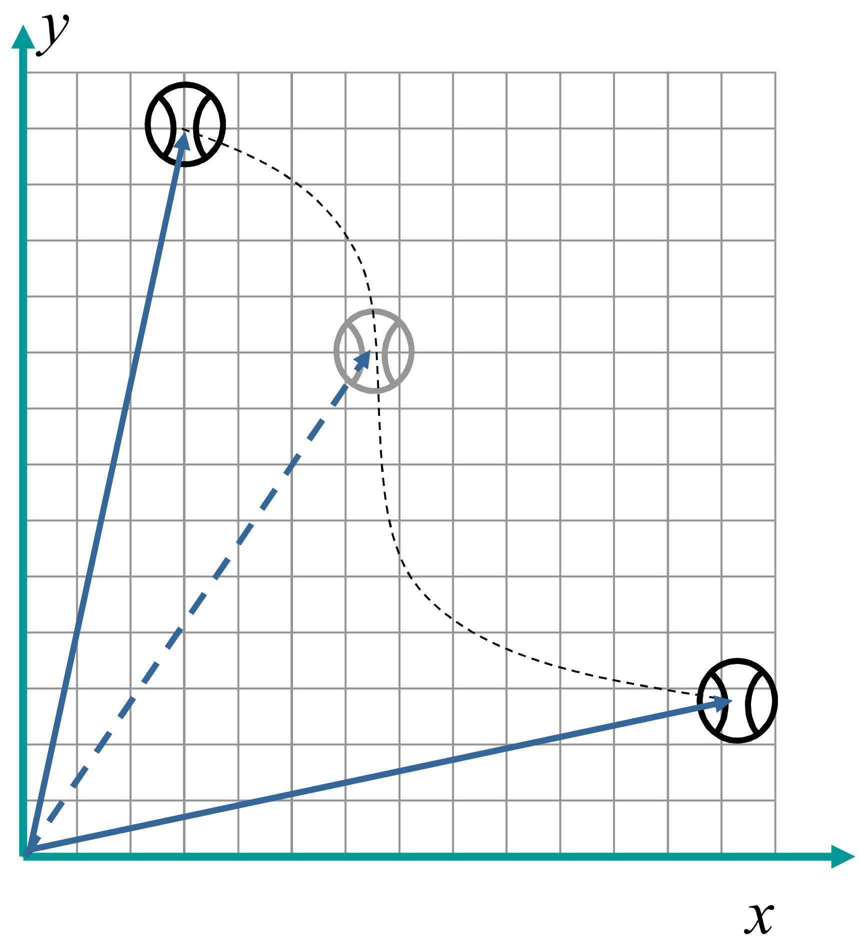
Passer à la première page

CINEMATIQUE

Mouvements à **Deux** dimensions

La position en fonction du temps peut être représenté paramétriquement par le vecteur position ou le point de l'espace.

$$\vec{r}(t) = \left(x(t), y(t) \right)$$



Génère la trajectoire.

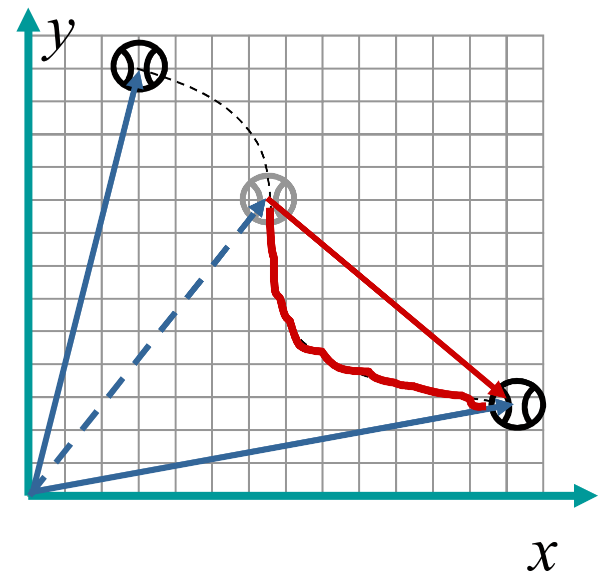
Déplacements = … ?

Exemples paramétriques dans la TI, t+sin[t],1+cos[t], t*cos[t],t*sin[t]

Passer à la première page

CINEMATIQUE

Mouvements à **Deux** dimensions



La vitesse moyenne perd son sens.
Plusieurs interprétations:

1-Longueur de l'arc / temps $\Delta\lambda \div \Delta t$

2-Longueur du déplacement / temps $\left\|\Delta\vec{r}\right\| \div \Delta t$

3-Déplacement / temps $\Delta\vec{r} \div \Delta t = \frac{1}{\Delta t}(\Delta x, \Delta y) = (\frac{\Delta x}{\Delta t}, \frac{\Delta y}{\Delta t})$

Dans ce cas, la « vitesse moyenne » possède deux composantes

Nous parlerons donc du vecteur vitesse:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = (v_x, v_y)$$

La norme de ce vecteur est la grandeur de la vitesse.

Exemples

Passer à la première page

CINEMATIQUE

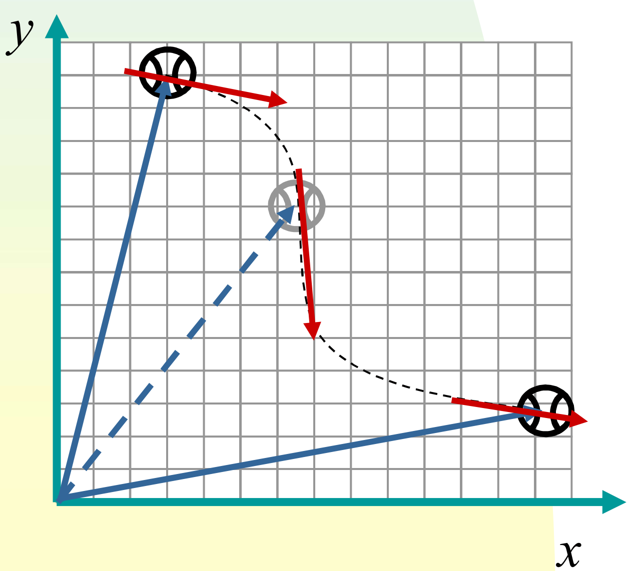
Mouvements à **Deux** dimensions

De $\vec{r}(t) = (\ x(t), y(t)\ )$

le vecteur vitesse sera
aussi en fonction du temps

$$\vec{v}(t) = (\ v_x(t), v_y(t)\ )$$

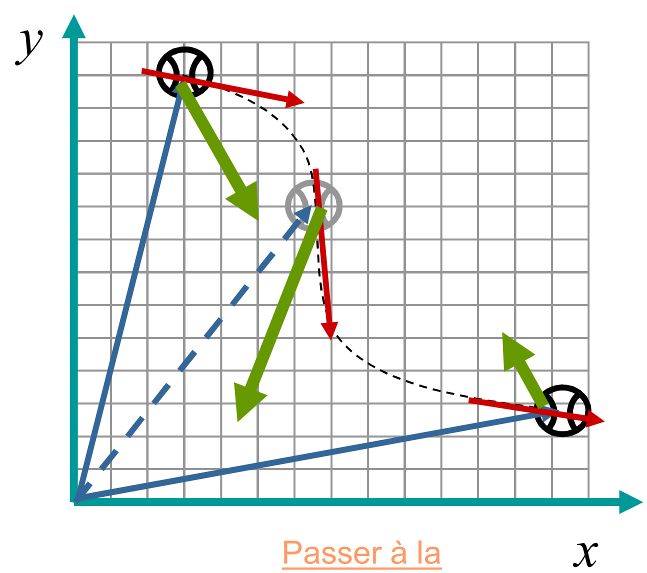
Ce vecteur est tangent à la trajectoire



Similairement,
l'accélération devient

$$\vec{a}(t) = (a_x(t), a_y(t)\ )$$

L 'orientation de ce vecteur n'a pas d'interprétation simple



Exemples

Passer à la première page

CINEMATIQUE

Mouvements à **Deux** dimensions

Nous limitions notre étude aux *accélérations constantes*: $\vec{a}(t) = (\, a_x, a_y \,)$

$$\vec{r}(t) = \big(\, x(t), \, y(t) \,\big)$$

$$x_f = x_i + v_{ix} \cdot t + \tfrac{1}{2} a_x \cdot t^2$$

$$y_f = y_i + v_{iy} \cdot t + \tfrac{1}{2} a_y \cdot t^2$$

$$v_{fx}^2 = v_{ix}^2 + 2a_x \cdot \Delta x$$

donc...

$$\vec{v}(t) = (\, v_x(t), v_y(t) \,)$$

$$v_{fx} = v_{ix} + a_x \cdot t$$

$$v_{fy} = v_{iy} + a_y \cdot t$$

$$v_{fy}^2 = v_{iy}^2 + 2a_y \cdot \Delta y$$

Eg: $\boldsymbol{v}_i$ =(1,6), $\boldsymbol{a}$=(-0.2,-1.6), $\boldsymbol{x}_i$=(0,5) ...

Passer à la première page

CINEMATIQUE

Mouvements à **Deux** dimensions

Pour les chutes libres

(néglige résistance de l'air)

a_x = 0 et a_y = -9.81 m/s^2

Alors

$$\vec{r}(t) = (\ x(t),\ y(t)\ )$$

$$x_f = x_i + v_{ix} \cdot t$$

$$y_f = y_i + v_{iy} \cdot t - \tfrac{1}{2}\ 9.81 t^2$$

$$\vec{v}(t) = (\ v_x(t),\ v_y(t)\ )$$

$$v_{fx} = v_{ix}$$

$$v_{fy} = v_{iy} - 9.81t$$

$$v_{fy}^2 = v_{iy}^2 - 2 \cdot 9.8 \cdot \Delta y$$

Eg: 60^o, v_i= 80, H_{max}=? D_{max}=?, **r**(t),**v**(t),**a**(t),y(x) =?

Passer à la première page

CINEMATIQUE (MCUA)

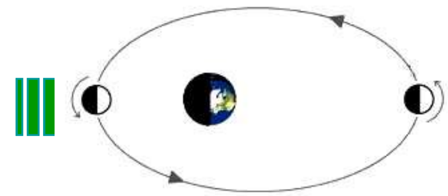
Angles, vitesses, accélération angulaires

E.g. 1

$v_i = ($

$R_{roue}=$

Cherchons:

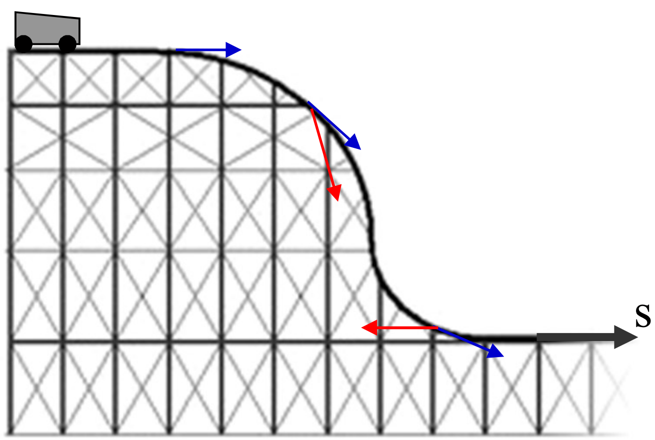


n/s,

s…

, etc

E.g. 2

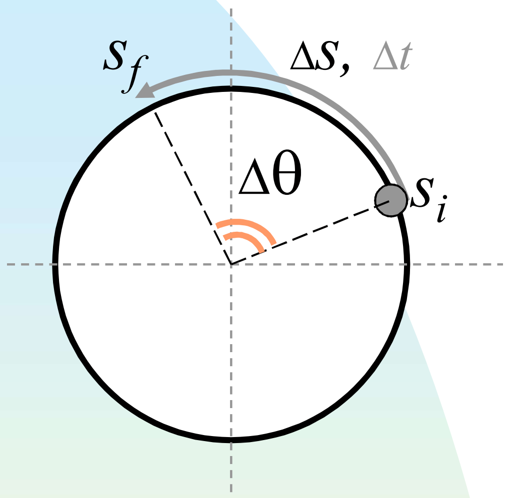


$\vec{v}$ tjrs parallèle à l'axe S. Ce n'est pas le cas pour $\vec{a}$!

Passer à la première page

CINEMATIQUE (MCUA)

Angles, vitesses, accélération angulaires



Angle θ en rad, deg, tours... Si θ est en rad, l'arc de cercle est donné par $\Delta s = R\,\Delta\theta$

La vitesse tangentielle (moyenne) est $\bar{v} = \Delta s / \Delta t$

La vitesse angulaire est $\omega = \Delta\theta / \Delta t$

La vitesse (tangentielle) est alors $v = R\omega$

L'accélération angulaire est $\alpha = \Delta\omega / \Delta t$

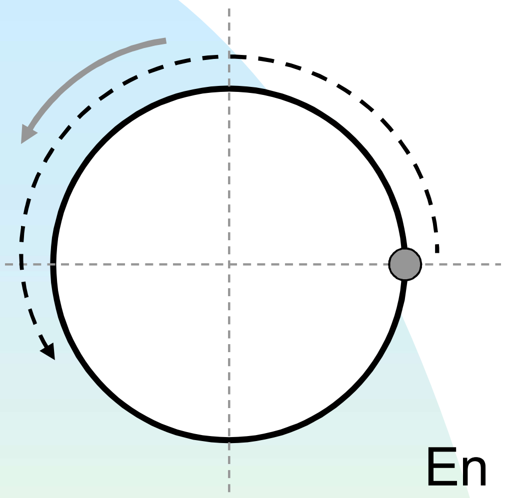
L'accélération (tangentielle) est alors $a_t = R\alpha$

Eg. De 30º à 45º, r = 4m et t = 0.5 s.

Passer à la première page

CINEMATIQUE

<u>M</u>ouvement <u>C</u>irculaire <u>U</u>niformément <u>A</u>ccéléré



Position angulaire θ (en *rad*, *deg* ou *tours*)

Vitesse angulaire ω (en *rad* /s, *deg* /s ou *tours* / *s*)

Accélération angulaire α (en *rad* / s^2, *etc*)

En prenant un système d'axe à une dimensions le long de la circonférence, les équations cinématiques deviennent:

$$\theta_f = \theta_i + \omega_i \cdot t + \tfrac{1}{2}\alpha \cdot t^2$$

$$\omega_f = \omega_i + \alpha \cdot t$$

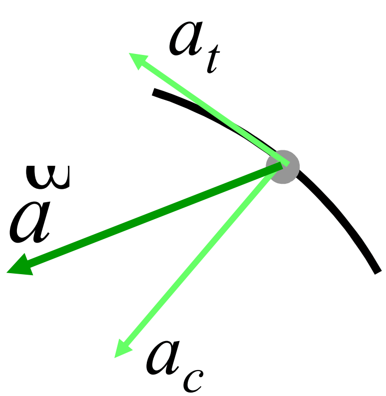
$$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha \cdot \Delta\theta$$

Rem: Tous des « scalaires » car à 1 dim. Exemples

Passer à la première page

CINEMATIQUE (MCUA)

Relations entre éléments angulaires et linéaires



En coordonnés cartésiennes, la vitesse, et donc l'accélération sont des vecteurs.

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Pour θ petit, le $\Delta \vec{v}$ est un vecteur pointant vers le centre du cercle. Ceci génère une accélération vers le centre de rotation et s'appelle l'accélération centripète. Sa grandeur vaut:

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

Si la vitesse angulaire n'est pas constante il y a aussi une accélération tangentielle. Donc en chaque point d'une trajectoire nous avons une accélération centripète a_c et une accélération tangentielle a_t.

La résultante de ces accélérations a une direction et est de grandeur :

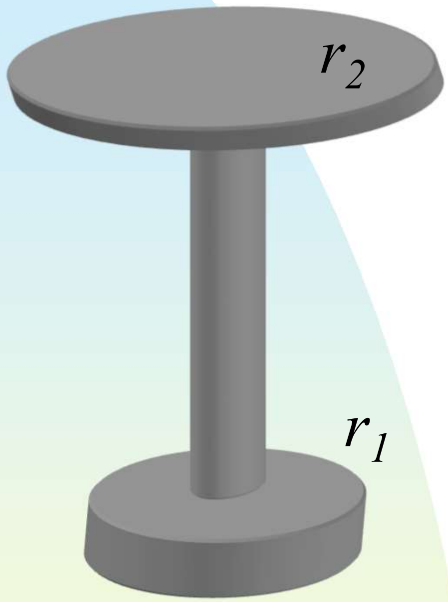
$$a = \sqrt{a_c^2 + a_t^2}$$

Passer à la première page

Exemples

CINEMATIQUE

Proportions, Essieu, Engrenage et Courroie



Sur un même essieux, les vitesses angulaires sont les mêmes et les vitesses tangentielles sont en proportions

Sur un même courroie, les vitesses tangentielles sont les mêmes et les vitesses angulaires sont en proportions

Passer à la première page