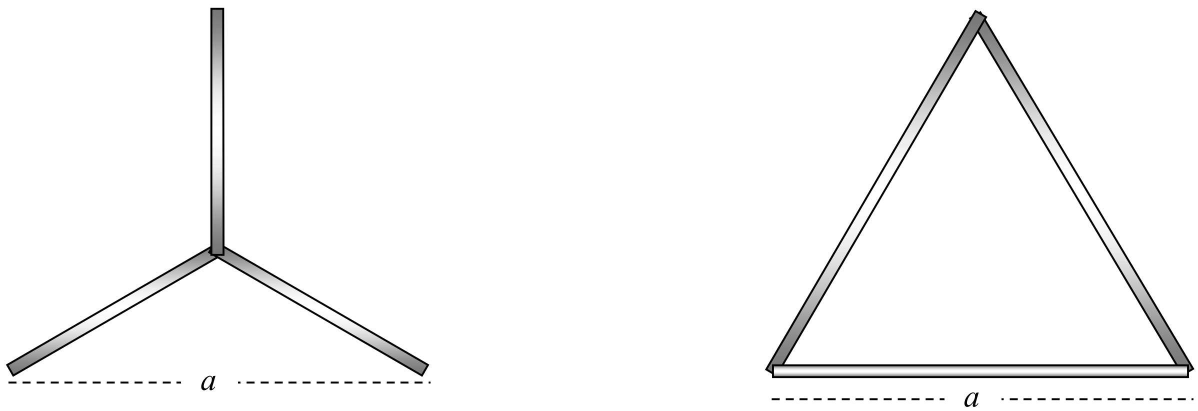
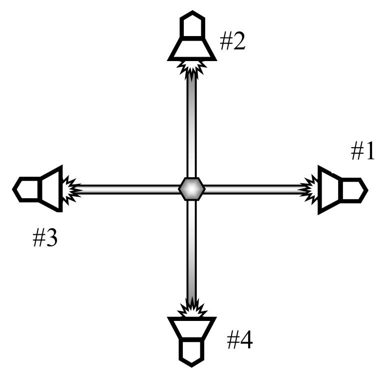
1) Chap.1. Ces deux objets sont constitués de 3 tiges chacun et forment deux triangles équilatéraux de base a . Quelle est la longueur totale des tiges pour chacun des objets en fonction de a ?



2) Chap.1. Une croix solide est constituée de deux tiges identiques de longueur 2 mètres chacun. Ou bout de chaque tige nous avons attaché une fusée avec l'orientation indiquée sur la figure. Chaque fusée peut fournir une propulsion maximale de 10 N.

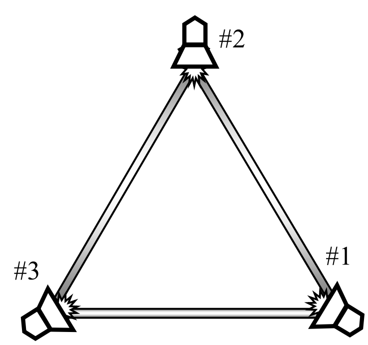


Les questions a)-d) indiquent la force résultante que nous requerront. Indiquer quelles fusées doit-on activer et avec quelles grandeurs. Rem : il y a plusieurs possibilités; indiquez la « plus simple ».

a) (-2, 4) N
b) (300^o, 8 N)
c) (12 N, $7\pi/6$ *rad*)
d) (0^o, 1 N)
e) Quelle est la grandeur de la force maximale possible pour cet agencement ?

Reps: a) #3 = -2N et #2 = 4 N b) #1 = 4N, #4 = $-4\sqrt{3} \sim -6.928$N
c) #4 = -6N , #3 = $-6\sqrt{3} \sim -10.39$N donc impossible, d) #1 = 1N e) $10\sqrt{2} \sim 14.142$N

3) Chap.1. Indiquer la direction (le vecteur résultant) que prendra l'agencement suivant si les forces de chaque fusée sont,



a) #1 = 1N	#2 = 2N	#3 = 3N
b) #1 = -5N	#2 = 10N	#3 = 5N
c) #1 = 20μN	#2 = 0.1 mN	#3 = -10 μN
d) #3=3 #2	#2 = 2 #1	#1 = #3 - #2 - 1kN

4) Chap 1 : Géométrie.

Considérez l'agencement symétrique suivant contenant trois cordes (attaches à un anneau central) et deux clous minces et parfaitement lisses. Si M >> *m* alors la masse centrale descendra et les deux autres monteront.

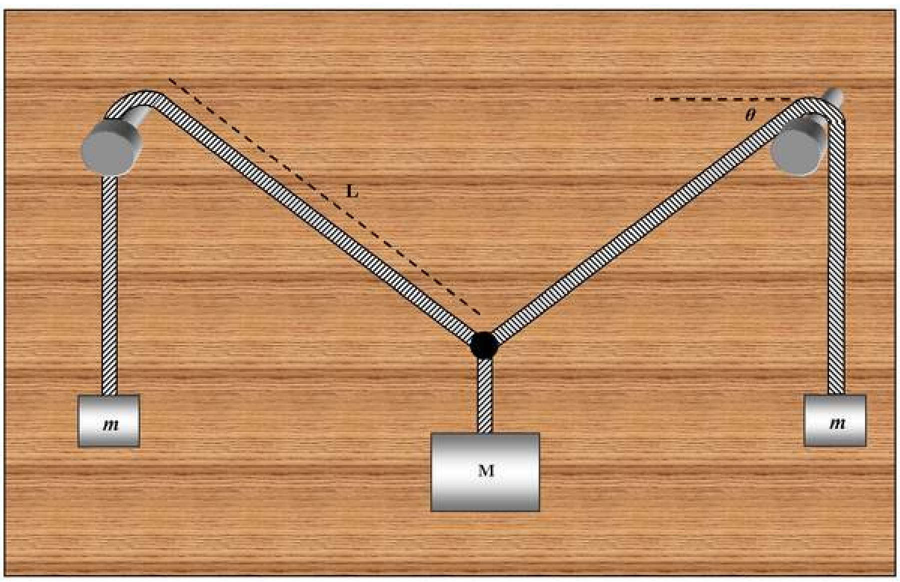
a) Si la masse M descend de *d* mètres, les masses *m* monteront de combien? Exprimer votre réponse symboliquement en fonction de L, θ et *d*.

b) Si L = 1 m, θ = 30º et *d* = 20 cm alors les masses *m* monteront de combien?

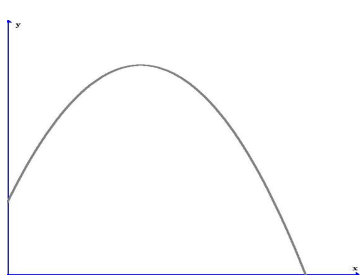
Rep b) 11.36 cm

<u>Question pour le chapitre 2 : Statique</u>

a) Si θ = 45º et que le système est statique alors quelle est la relation entre M et *m*?
b) Soit *m* = 100 grammes. Si θ = 45º et que le système est statique, quelle est la force résultante due à la corde autour de son clou? Et quelle est la force résultante que subit le clou?



Rep. a) M = √2 *m* ou *m* = √2 M/2 b) Vecteur res = (-0.69367 ; -1.67467) N donc grandeur de 1.8127 N. Zéro.

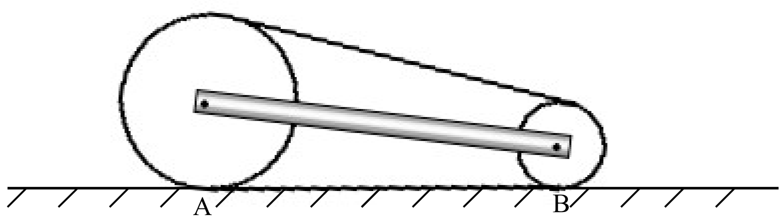


5) Un projectile emprunte une trajectoire parabolique. Il passe par le point (0, 6), atteint son sommet (4,8) et retombe au sol. Où va-t-il atterrir?

6) Chap.1. Voici un objet mécanique qui servira comme roue-chenille pour un véhicule. Le gros disque a une masse de 800 kg et un rayon de 40 cm. Le rayon du petit disque est de 15 cm et il est fait du même matériau (même densité et épaisseur) que le gros disque. Ces deux disques sont fixés ensemble par leur centre avec une poutre d'une longueur de 2m et d'un poids de 2kN. La chenille (« courroie »), de masse négligeable, est enroulée autour des disques.

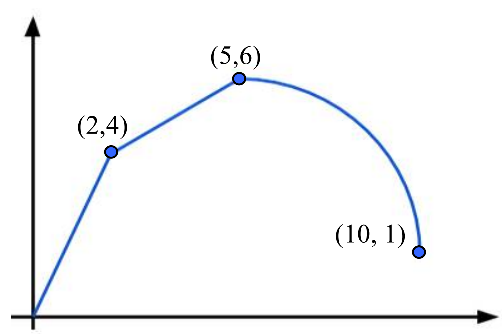
a) Quelle est la masse du petit disque?
b) Que vaut le poids du gros disque?
c) Que vaut le poids total de cet objet?
d) Quelle est la distance entre les deux points de contact A et B?
e) Quelle est la longueur totale de la chenille (courroie)?

f) Chap. 3. Quelle est la force normale au point A et au point B?



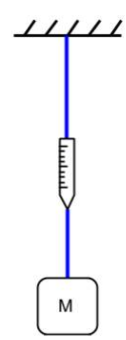
Reps :
a) Ici, de $M \sim r^2$ (ou exprimez la densité en fonction de l'épaisseur), on trv que Mpetit = 112.5kg
b) P = Mg = 800*9.81 = 7848N c) Poids des disques + poutre = 10951.625N
d) Géométrie… Rep. = $75\sqrt{7} \approx 198.431$ cm. e) Arc de cercles ($s=r\theta$) + longueurs… Rep. ≈ 609.117 cm
f) ΣM_B=0 : N_A = 8848 N, ΣF =0 : N_B = b) – 8848 = 2103.625 N.

6-2) La dernière section de ce graphique est un arc de cercle. Que vaut l'aire sous cette courbe et l'axe des « *x* » ?



7) La balance à ressort entre les cordes indique un poids de 68.5 N.

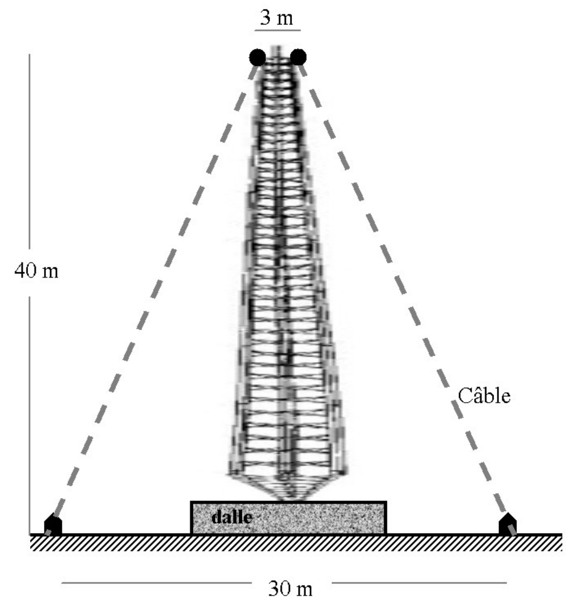
a) quelle est la tension dans la corde du haut ?
b) quelle est la tension dans la corde du bas ?
c) que vaut la masse M , en kg ?



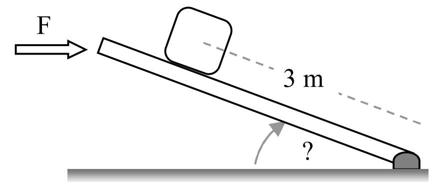
7-1) Une tour de transmission de masse 1200 kg repose sur une dalle de béton. Pour éviter la tour de balancer au vent, celle-ci est fixée symétriquement par deux câbles. La tension de chacun des câbles est de 800 N. Avec les informations sur figure, répondez aux deux questions suivantes.

a) Quelle est la longueur d'un des câbles?
b) La dalle de béton supporte une force de combien?

Solution à la fin



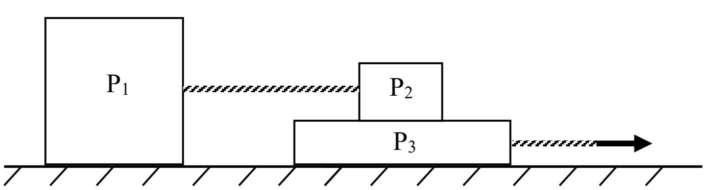
7-2) Considérez la figure du système statique suivant. La poutre mince est de longueur 5 m et de masse 25 kg. Le bloc a un poids de 40 N.



a) Sachant que le frottement maximal entre le bloc et la poutre est de 10 N, à partir de quel angle le bloc sera-t-il tout juste sur le point de glisser? Et que vaut le coefficient de frottement?
b) Sachant que nous retenons la poutre en maintenant une poussée horizontale F, que vaut alors F ?

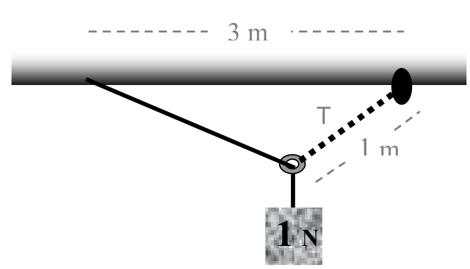
8) Chap2. Soit P_1 = 100N, P_2 = 20 N et P_3 = 40 N. Il y a des frottements entre toutes les surfaces en contact. Ces frottements valent 10% de la force normale entre les deux surfaces concernées.

a) Avec quelle force doit-on tirer (horizontalement) P_3 pour le faire glisser à vitesse constante?
b) Quelle sera alors la tension dans la corde centrale?
c) Quelle sera alors la force de frottement entre P_1 et le sol, et est-ce que P_1 va glisser?



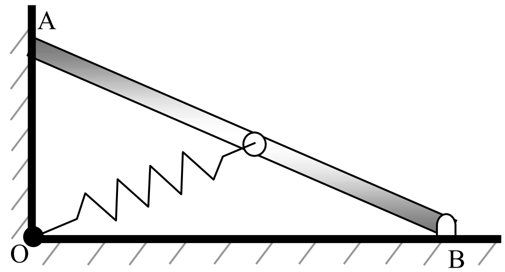
a) 8N b) et c) Question piège. Réfléchissez…

9) Considérer les deux cordes dans la configuration statique ci-contre. Trouvez la tension dans la corde de droite.



Rep : T = 1.21234 N
Angle de la corde de droite = 37.313219°.
L'autre corde = 15.373561°

10) chap 1-3. Une raille est fixée au plancher par une rotule au point B et repose sans friction sur le mur au point A comme sur la figure. Un ressort est fixé à l'origine O et l'autre bout du ressort est attaché à une petite roue qui est restreinte à rouler (sans frottement) sur la raille entre A et B. La longueur de repos du ressort est de 10m et son coefficient k = 100 N/m. La masse de la roue est de 1 kg, la raille pèse 100 lbs, OA est de 9 m et OB de 12 m.



Géométrie.

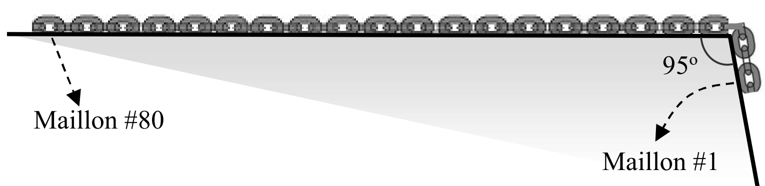
a) Trouver l'angle B du triangle.
b) Trouver l'équation de la droite « $y = mx + b$ » passant par A et B.
c) Trouver les cordonnés (a,b) du point de la raille qui est le plus près de l'origine O.
d) Trouver les cordonnés (a,b) du point de la raille tel que le ressort à sa longueur de repos de 10m.

Statique.

Pour les questions suivantes, la roue sera positionnée dans son état statique le long de la raille.

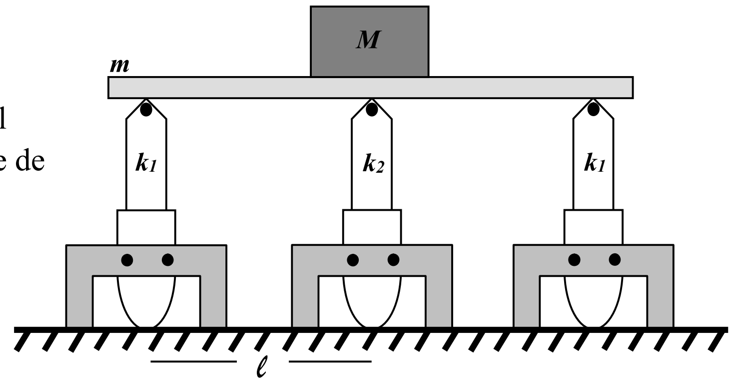
e) Trouver les cordonnés (a,b) de la roue dans sa position statique. Indice :ce point doit-il être au dessus ou en dessous du point trouvé en d) ? … Et, faites le DCL de la roue!
f) Quelle est alors la tension du ressort ainsi que la force qu'exerce la raille sur la roue?
g) Faites le DCL des forces appliquées sur <u>la raille</u> (la roue est toujours dans sa position statique trouvé précédemment). Indice : est ce que c'est le ressort ou la roue qui touche la raille?
h) Quelle est la grandeur et direction de la force qu'exerce le mur au point A sur la raille? (si vous n'avez pas trouvé les réponses en e) et f) prenez (a,b)= (10, 1.5)m et N_{raille_roue} = 15 N)

11) Chap.2. Notre chaîne possède 80 maillons et chaque maillon pèse 150 grammes. Nous plaçons notre chaîne sur une surface comme dépicté sur la figure. Sur la section horizontale, le frottement entre cette surface et la partie de la chaîne reposant sur celle-ci est de 0.2n où n représente le nombre de maillons en contact avec cette surface horizontale. Similairement, sur la surface oblique la force de frottement vaut 0.1n où n représente... À partir de quel maillon la chaîne ne sera plus statique et glissera alors vers le sol?



Rep:n = 10.217 = a partir du maillon #11

12) Chap.2. Trois pistons encrés à la verticale sont séparés d'une distance ℓ ont des constantes de rappel k_1, k_2 et k_1 resp. Sur ceux-ci nous plaçons une poutre de masse m suivi d'un bloc de masse M. Le tout demeurera dans une configuration standard et symétrique mais les pistons auront étés comprimés d'une valeur ΔL .

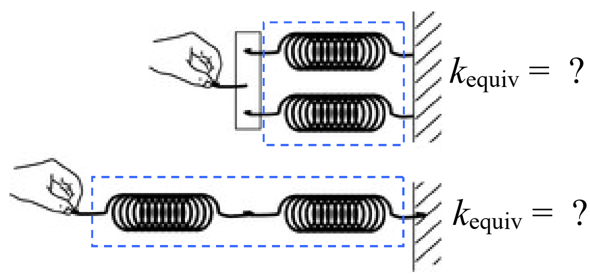


a) exprimer ΔL symboliquement en fonction de ℓ, k_1, k_2, m et M.

b) si $\ell = 30$ cm, $k_1 = 2\text{x}10^4$ N/m, $k_2 = 10^5$ N/m, m = 400 kg et M = 2000 kg alors que vaut la compression ΔL ?

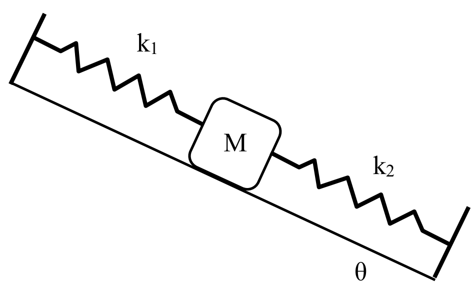
Solution à la fin

13) Chap 2. Pour chaque montage, le coefficient de rappel de l'une des ressorts vaut k_1 et l'autre vaut k_2. Dites que vaut le coefficient de rappel équivalent pour chacun de ces agencements.

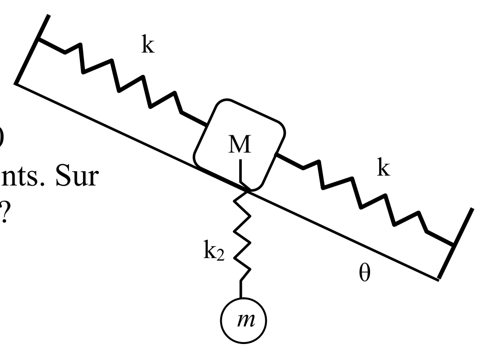


14) Les deux ressorts ont la même longueur de repos. Sur quelle distance d glissera le bloc pour atteindre son état statique? Négligez les frottements.

Rep : $d = Mg\sin(\theta)/(k_1 + k_2)$

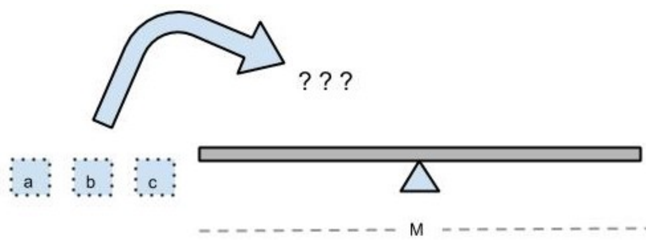


15) Les trois ressorts ont la même longueur de repos, soit de 60cm. Les deux ressorts inclinés ont la même constante de rappel k = 900 N/m. L'autre ressort à une constante de $k_2 = 600$ N/m. M = 10 kg, $m = 2$ kg et $\theta = 30^o$ et il n'y a pas de frottements. Sur quelle distance d glissera le bloc pour atteindre son état statique?

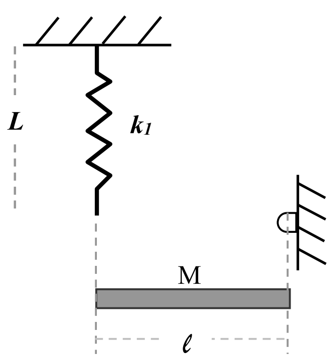


<u>16) On s’en balance</u> (Ch.3)

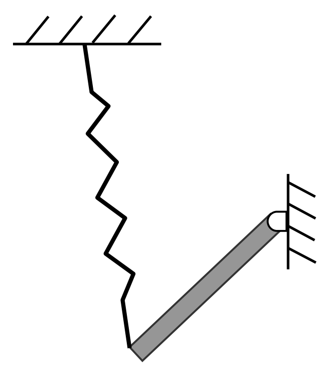
Soit trois masses de valeurs entières et totalisant M kg. Soit une poutre mince, aussi de M kg et de longueur M mètres, balançant sur un pivot en son centre. Nous devons placer les masses sur la poutre de telle sorte que celle-ci demeure horizontale. Mais nous avons une consigne: chaque masse devra être placée à une distance du pivot correspondant à la valeur de sa masse, lorsque exprimé en mètres (e.g. un bloc de 2.5 kg devra être placé à 2.5 m du pivot). Où devons-nous placer nos trois masses?



17) Chap.3. Un ressort accroché au plafond à une longueur de repos L et une constante de rappel de k_1. Directement au bout inférieur du ressort et à ℓ mètres à droite nous avons une rotule. Nous possédons aussi une poutre mince de masse M et aussi de longueur ℓ mètres. Voir fig (a). En fixant les bouts de la poutre sur la rotule et le ressort, le tout se stabilise comme dans la figure (b).



(a)



(b)

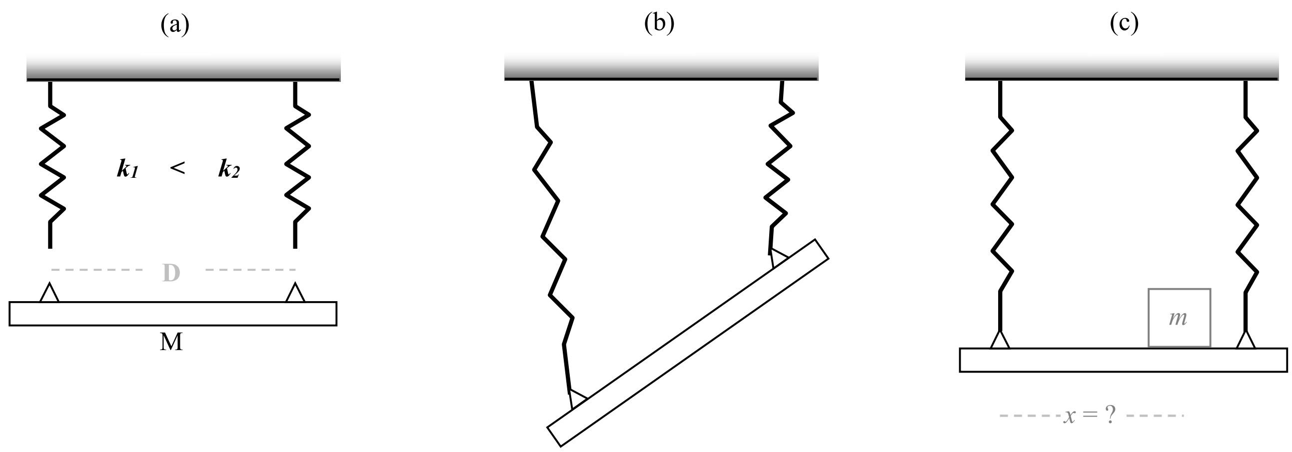
Soit L = ℓ = 1 m, M = 5 kg e t k_1 = 200 N/m.

Trouvez la longueur du ressort étiré ainsi que les forces subit par la poutre.

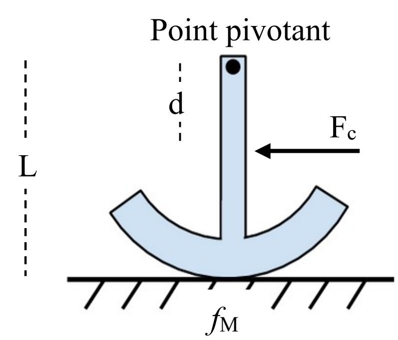
Rep : Longueur du ressort étiré = 1.1225 m et sa Tension = 24.505N, …

18) Chap 3. Deux ressorts, $k_1 < k_2$, sépares d'une distance D et de même longueur pendent du plafond. Une poutre mince de masse M sera accroché sur les ressorts. Voir fig.(a). Puisque les constantes de rappel des ressorts diffèrent, la poutre se stabilisera comme dans la figure (b). Mais nous voulons que la poutre demeure horizontale; nous allons alors placer une masse *m* sur la poutre; voir fig.(c).

Ou devons-nous placer la masse *m* ? Exprimez votre réponse symboliquement en fonction des paramètres.

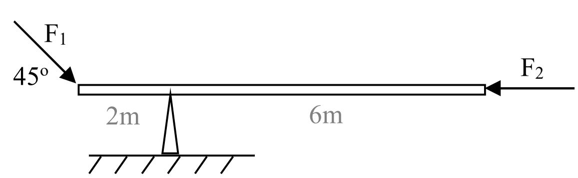


19) Il y a un frottement maximal f_M = 6 N entre cet objet et le sol. La distance entre le point pivotant et le sol est L = 60 cm. Comme sur la figure, nous appliquons une force F_c sur l'objet à une distance d = 6 cm du pivot. Quelle est la force critique F_c qui entamera un dérapage?



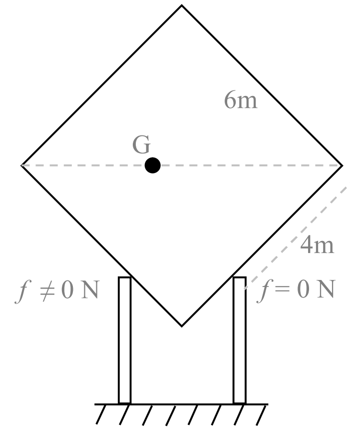
20) Une poutre mince, homogène et de poids 50 N repose sur un pivot. Le frottement au pivot vaut 30 % de la force normale. F_2 vaut 30N.

a) Que doit valoir F_1 pour avoir équilibre de rotation?
b) Dans ce cas, le système est-il statique?



Rep : a) 70.7 N b) non (pourquoi?).

21) Un bloc carré de 200 N repose symétriquement et statiquement sur deux piliers. Le centre de gravité du bloc est situé à 1 mètre directement à gauche du centre comme sur la figure. Le pilier du coté droit est lisse mais pas celui de gauche. Trouvez la grandeur des forces de réaction des piliers.



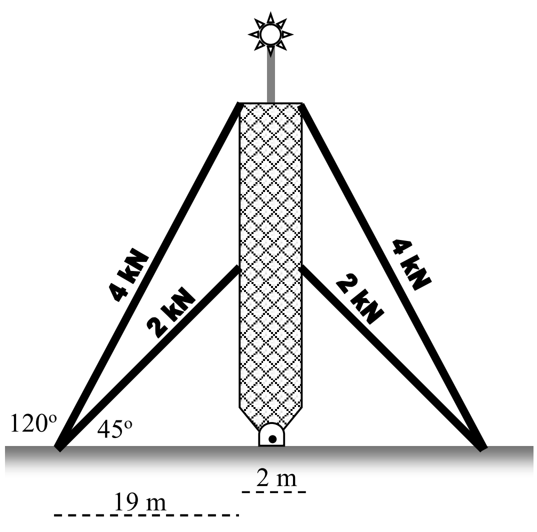
22) Chap.2,3. Une tour de poids P = 3kN est retenue par une rotule et quatre câbles dont deux sont mis sous tension de 4 kN et les deux autres de tension 2 kN. Le centre d gravité de la tour est en son « centre ». Un jour le petit câble de 2 kN du coté droit brise et alors la tour devient instable et s'apprête a basculer vers la gauche. On vous fait appel pour régler la situation; vous optez simplement de re-calibrer la tension dans le câble de droite de tel sorte que le système soit à nouveau dans un état stable…

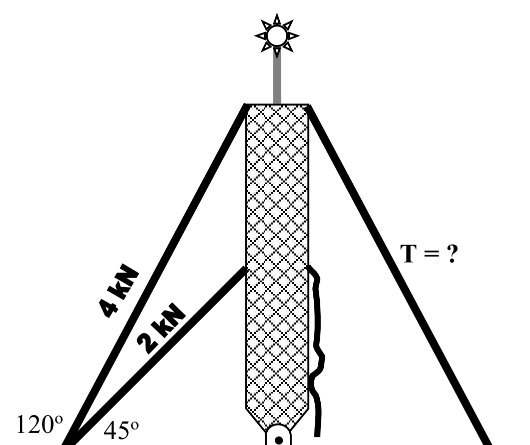
<u>Avant le bris</u>

a) Faites le DCL de la tour
b) Quelle est la force verticale que subit la tour par la rotule?
c) Quelle est la force horizontale que subit la tour par la rotule?

<u>Après le bris et de la re-calibration</u>

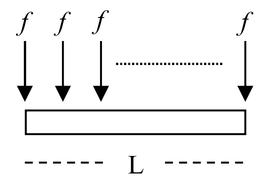
d) Faites le DCL de la tour
e) Que doit valoir la tension T du câble de droite ?
f) Quelle est la force verticale que subit la tour par la rotule?
g) Quelle est la force horizontale que subit la tour par la rotule?





Que doit valoir la tension T pour que le système soit dans un équilibre statique?

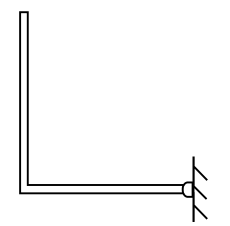
23) Nous appliquons N forces identiques, perpendiculaires et uniformément distribués le long d'une tige. La résultante de ces forces est alors F = N*f*.



a) Quel est le moment résultant de ces forces par rapport à l'un des bouts de la tige?
b) Si au lieu d'avoir les N petites forces *f* nous avions que la résultante F, alors où devons-nous la placer pour avoir un moment équivalent?

Rep : a) LN*f*/2   b) …conclusion?

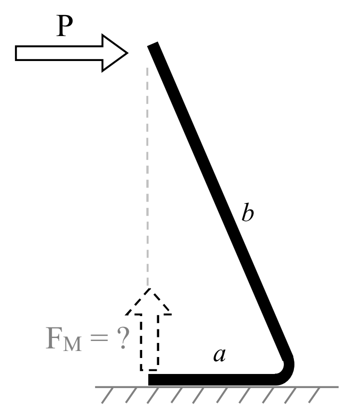
24) Les dimensions de ce « L » mince sont L x L. Sa densité est uniforme et son poids est P.



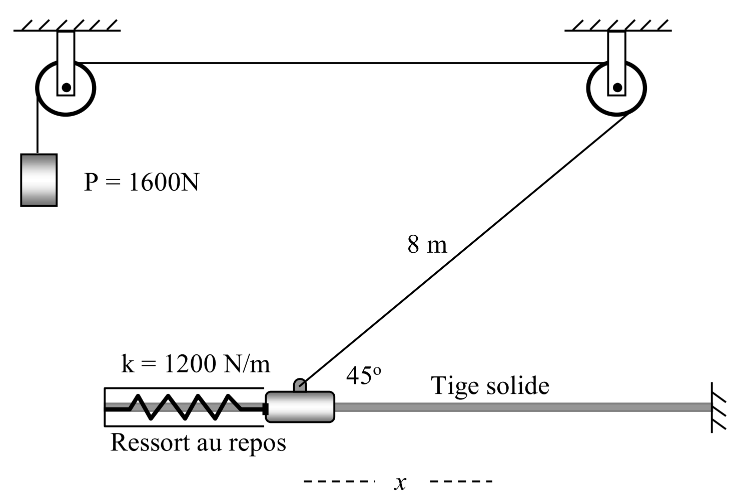
a) Trouvez le moment par rapport au pivot
b) En quel point sur la partie horizontale son poids produira un moment équivalent?
c) Quelle est la densité linéaire de ce matériau?

Rep : a) 3PL/4 b) à une distance 3L/4 du pivot. c) (P/9.81)/(2L)

25) Considérez le pied-de-biche (« crowbar ») de la figure suivante avec dimensions *a* et *b*. Avec la poussée de force P, quelle force verticale maximale F_M produira-t-on?



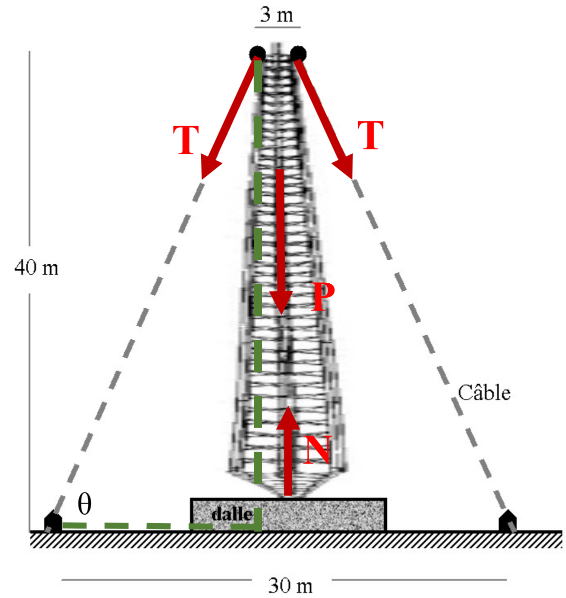
26) Considérez le système suivant. De plus, les frottements sont négligeables, les poulies sont très petites, et la longueur de la partie oblique de la corde est initialement de 8 m. Si on laisse le poids P descendre, sur quelle distance *x* le manchon s'arrêtera-t-il? Extra : le poids P a alors descendu de combien?



QQs solutions :

7-1) Une tour de transmission de masse 1200 kg repose sur une dalle de béton. Pour éviter la tour de balancer au vent, celle-ci est fixée symétriquement par deux câbles. La tension de chacun des câbles est de 800 N. Avec les informations sur figure, répondez aux deux questions suivantes.

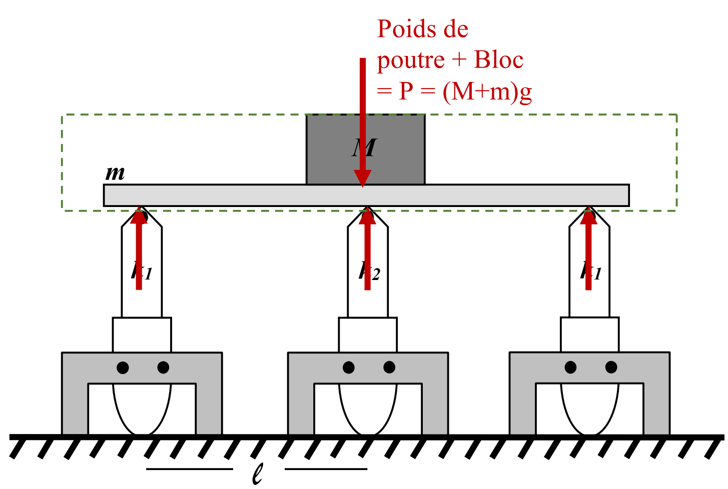
a) Quelle est la longueur d'un des câbles ?
b) La dalle de béton supporte une force de combien ?



a) Voir pointillés en vert sur la figure. Par Pythagore, $L^2 = (30/2 - 3/2)^2 + 40^2$ d'où L = 42.2167… mètres.
b) Voir figure pour DCL (en rouge) de la tour. Par symétrie du problème, les deux tensions ont la même grandeur. De plus, par symétrie, la « force de frottement » (ou latérale) au sol est zéro. (Ou bien, les deux $T_{horisontal}$ ensemble donnent zéro, alors il ne peut y avoir d'autres forces horizontales au sol.)

De $\Sigma F_y = 0$ on a $N - P - T\sin(\theta) - T\sin(\theta) = 0$.
Avec $P = 1200*9.81 = 11772$, $T = 800$, $\theta = \tan^{-1}(40/(15-1.5)) = 71.3505°$. (Ou plus simplement, $\sin(\theta) = 40/42.2167\ldots$ même pas besoin d'évaluer l'angle !).
Isolant N donne N = 13288 N. Ceci est la force de contact que la tour subit par la dalle. Alors par action-réaction, la dalle subit une force de 13288 N vers le bas par la tour. Notez que ceci est plus grand que le poids de la tour ! (Pourquoi ?)

12) a) DCL (en rouge) de l'objet « Poutre + Bloc » (en vert). Due au contexte symétrique, il n'a aucune tendance de glissement latéraux donc pas de frottements.



Par la loi de Hooke, compression de ΔL et de $\Sigma F_y = 0$, on a donc :

$$k_1\,\Delta L + k_2\,\Delta L + k_1\,\Delta L - (M+m)g = 0$$

Isolant ΔL donne $\Delta L = (M+m)g/(2k_1 + k_2)$

b)…si $\ell = 30$ cm, $k_1 = 2\text{x}10^4$ N/m, $k_2 = 10^5$ N/m, m = 400 kg et M = 2000 kg alors que vaut la compression ΔL ? Remplaçant les valeurs ci-haut donne $\Delta L = 16.82$ cm.