

Plusieurs formules ci-dessous possèdent des restrictions qui ont été omises afin de ne pas alourdir le texte.

Opérations élémentaires

$$a(b + c) = ab + ac$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc \quad \frac{ka}{kb} = \frac{a}{b} \text{ si } k \neq 0$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \quad \frac{a/b}{c/d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

$$\frac{a/b}{c} = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{c} = \frac{a}{bc} \quad \frac{a}{b/c} = \frac{a}{1} \cdot \frac{c}{b} = \frac{ac}{b}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd} \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad-bc}{bd}$$

Négatifs

$$(-1)a = -a \quad -(-a) = a$$

$$(-a)b = -ab \quad a(-b) = -ab$$

$$(-a)(-b) = ab$$

$$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b} \quad \frac{-a}{-b} = -\frac{a}{-b} = -\frac{-a}{b} = \frac{a}{b}$$

Exposants et radicaux

$$a^m a^n = a^{m+n} \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (ab)^n = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a} \quad a^{m/n} = (\sqrt[n]{a})^m$$

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} \quad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

Produits remarquables

$$A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2 \quad \text{carré parfait, somme}$$

$$A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2 \quad \text{carré parfait, différence}$$

$$A^2 - B^2 = (A - B)(A + B) \quad \text{différence de carrés}$$

$$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2) \quad \text{somme de cubes}$$

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2) \quad \text{différence de cubes}$$

$$A^2 + B^2 \text{ ne se factorise pas dans } \mathbb{R} \quad \text{somme de carrés}$$

Équations

$$A = B \Leftrightarrow A + c = B + c$$

$$A = B \Leftrightarrow A - c = B - c$$

$$A = B \Leftrightarrow cA = cB \quad \text{si } c \neq 0$$

$$A = B \Leftrightarrow \frac{A}{c} = \frac{B}{c} \quad \text{si } c \neq 0$$

Inéquations

$$A < B \Leftrightarrow A + c < B + c$$

$$A < B \Leftrightarrow A - c < B - c$$

$$A < B \Leftrightarrow cA < cB \quad \text{si } c > 0$$

$$A < B \Leftrightarrow \frac{A}{c} < \frac{B}{c} \quad \text{si } c > 0$$

$$A < B \Leftrightarrow cA > cB \quad \text{si } c < 0$$

$$A < B \Leftrightarrow \frac{A}{c} > \frac{B}{c} \quad \text{si } c < 0$$

Valeur absolue

$$|A| = a \Leftrightarrow A = a \text{ ou } A = -a$$

$$|A| < a \Leftrightarrow -a < A < a$$

$$|A| > a \Leftrightarrow A > a \text{ ou } A < -a$$

Quadratique

$$x^2 = c \text{ où } c > 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{c} \text{ ou } x = -\sqrt{c}$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$b^2 - 4ac = 0 \quad \text{une solution réelle}$$

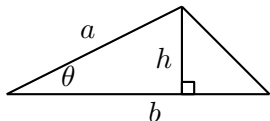
$$b^2 - 4ac < 0 \quad \text{aucune solution réelle}$$

$$b^2 - 4ac > 0 \quad \text{deux solutions réelles}$$

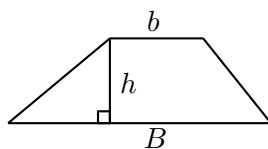
Formules de géométrie Aire A , circonférence C et volume V **Triangle**

$$A = \frac{1}{2}bh$$

$$= \frac{1}{2}ab \sin \theta$$

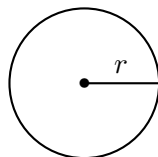
**Trapèze**

$$A = \frac{(b+B)h}{2}$$

**Cercle**

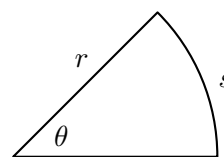
$$A = \pi r^2$$

$$C = 2\pi r$$

**Secteur circulaire**

$$A = \frac{1}{2}r^2\theta$$

$$s = r\theta \text{ où } \theta \text{ est en rad}$$

**Sphère**

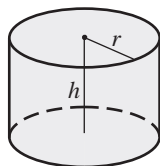
$$A = 4\pi r^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

**Cylindre droit**

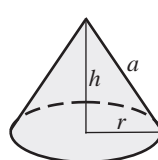
$$A = 2\pi r^2 + 2\pi rh$$

$$V = \pi r^2 h$$

**Cône**

$$A = \pi r^2 + \pi ra$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

**Géométrie dans le plan**

On considère deux points $P_1(x_1; y_1)$ et $P_2(x_2; y_2)$

Distance entre P_1 et P_2 :

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Point milieu du segment $\overline{P_1P_2}$:

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

Pente de la droite passant par P_1 et P_2 :

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Équations d'une droite :

Forme **générale** d'une droite $Ax + By = C$

Forme **pente-ordonnée** d'une droite de pente a et d'ordonnée à l'origine b :

$$y = ax + b$$

Forme **pente-point** d'une droite de pente a passant par $P_0(x_0; y_0)$:

$$y - y_0 = a(x - x_0)$$

Équation canonique du cercle de rayon r , centré en $(h; k)$: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

Plusieurs formules ci-dessous possèdent des restrictions qui ont été omises afin de ne pas alourdir le texte.

Quadratique et parabole

$$x^2 = c \text{ où } c > 0 \iff x = \sqrt{c} \text{ ou } x = -\sqrt{c}$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \iff x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- $b^2 - 4ac = 0$ une solution réelle
- $b^2 - 4ac < 0$ aucune solution réelle
- $b^2 - 4ac > 0$ deux solutions réelles

Forme **générale** : $y = ax^2 + bx + c$

Forme **canonique** : $y = a(x - h)^2 + k$
 où $(h; k)$ est le sommet de la parabole

Forme **factorisée** : $y = a(x - r_1)(x - r_2)$
 où r_1 et r_2 sont les zéros de la quadratique

Exponentielles et logarithmes

Cas particuliers : $\log_{10} = \log(x)$ et $\log_e(x) = \ln(x)$

Équivalence : $b^y = x \iff y = \log_b(x)$

$$\begin{aligned} a^x a^y &= a^{x+y} & \frac{a^x}{a^y} &= a^{x-y} \\ (a^x)^y &= a^{xy} & (ab)^x &= a^x b^x \\ \left(\frac{a}{b}\right)^x &= \frac{a^x}{b^x} & a^{-x} &= \frac{1}{a^x} \end{aligned}$$

en base b :

$$\begin{aligned} \log_b(1) &= 0 & \log_b(MN) &= \log_b(M) + \log_b(N) \\ \log_b(b) &= 1 & \log_b\left(\frac{M}{N}\right) &= \log_b(M) - \log_b(N) \\ b^{\log_b(x)} &= x, x > 0 & \log_b(M^p) &= p \log_b(M) \\ \log_b(b^x) &= x & \log_a(x) &= \frac{\log_b(x)}{\log_b(a)} \end{aligned}$$

en base e :

$$\begin{aligned} \ln(1) &= 0 & \ln(MN) &= \ln(M) + \ln(N) \\ \ln(e) &= 1 & \ln\left(\frac{M}{N}\right) &= \ln(M) - \ln(N) \\ e^{\ln(x)} &= x, x > 0 & \ln(M^p) &= p \ln(M) \\ \ln(e^x) &= x & \log_a(x) &= \frac{\ln(x)}{\ln(a)} \end{aligned}$$

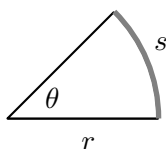
Trigonométrie

Mesure d'un angle

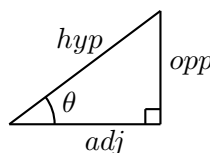
$$\pi \text{ rad} = 180^\circ$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad et } 1 \text{ rad} = \frac{180}{\pi}^\circ$$

$$s = r\theta \text{ où } \theta \text{ est en radians}$$

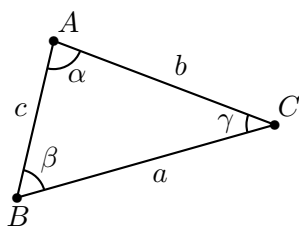


Triangle rectangle



$$\begin{aligned} \sin \theta &= \frac{opp}{hyp} \\ \cos \theta &= \frac{adj}{hyp} \\ \tan \theta &= \frac{opp}{adj} \end{aligned}$$

Triangle quelconque



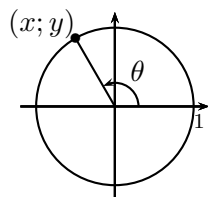
Loi des sinus

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$

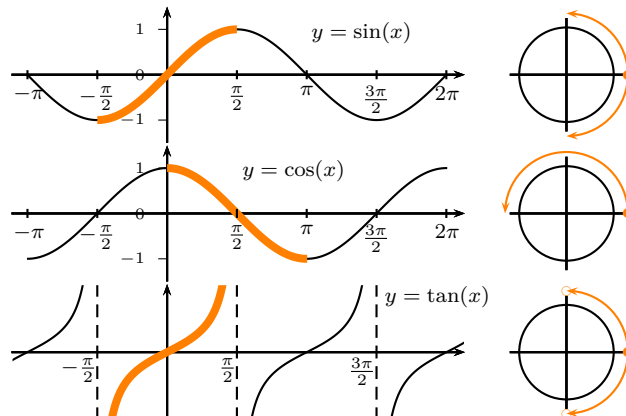
Loi des cosinus

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha) \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cos(\beta) \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma) \end{aligned}$$

Fonctions trigonométriques



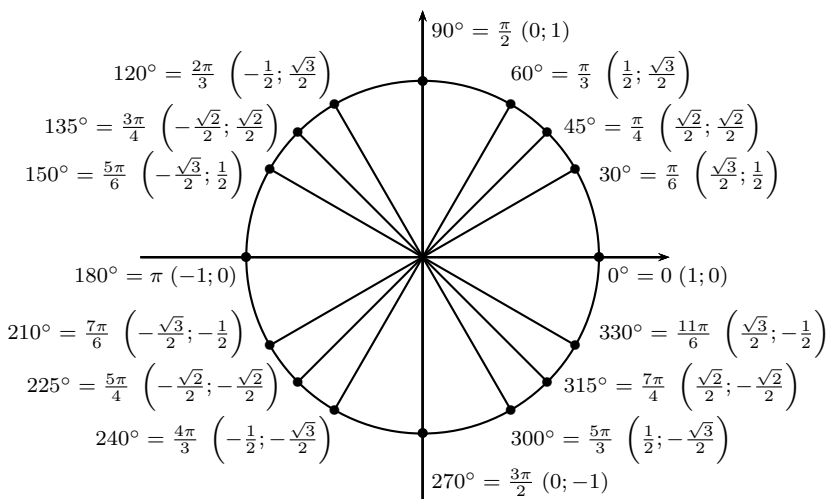
$$\begin{aligned} \sin(\theta) &= y \\ \cos(\theta) &= x \\ \tan(\theta) &= \frac{y}{x} \end{aligned}$$



Quelques identités trigonométriques

$$\begin{aligned} \tan(x) &= \frac{\sin(x)}{\cos(x)} & \cot(x) &= \frac{\cos(x)}{\sin(x)} = \frac{1}{\tan(x)} \\ \sec(x) &= \frac{1}{\cos(x)} & \csc(x) &= \frac{1}{\sin(x)} \\ \sin^2(x) + \cos^2(x) &= 1 & 1 + \tan^2(\theta) &= \sec^2(\theta) \\ \sin(x + y) &= \sin(x)\cos(y) + \cos(x)\sin(y) \\ \sin(x - y) &= \sin(x)\cos(y) - \cos(x)\sin(y) \\ \cos(x + y) &= \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y) \\ \cos(x - y) &= \cos(x)\cos(y) + \sin(x)\sin(y) \end{aligned}$$

Cercle trigonométrique $x^2 + y^2 = 1$



$$y = \sin(x) \Leftrightarrow \arcsin(y) = x \quad -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \text{ et } -1 \leq y \leq 1$$

Fonctions réciproques

$$y = \cos(x) \Leftrightarrow \arccos(y) = x \quad 0 \leq x \leq \pi \text{ et } -1 \leq y \leq 1$$

$$y = \tan(x) \Leftrightarrow \arctan(y) = x \quad -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \text{ et } -\infty < y < \infty$$